

Příručka

uživatele projektu

Obsah

1 Úvod	7
1.1 Popis řešitelského pracoviště – VŠEM.....	7
1.2 O projektu Finanční matematika VŠEM.....	7
1.2.1 Co je finanční matematika?.....	9
1.2.2 Projekt Finanční matematika VŠEM	10
2 Obsah videoprezentací.....	13
Finanční matematika VŠEM.....	13
1. Základní pojmy	13
1.1 Matematické pojmy.....	13
1.1 Matematické pojmy (1. pokračování)	13
1.1 Matematické pojmy (2. pokračování)	13
1.1 Matematické pojmy (3. pokračování)	13
1.1 Matematické pojmy (4. pokračování)	13
1.1 Matematické pojmy (5. pokračování)	13
1.1.1 Procentní počet.....	14
1.1.1 Procentní počet (pokračování)	14
1.2 Statistické pojmy.....	14
1.2 Statistické pojmy (1. pokračování).....	14
1.2 Statistické pojmy (2. pokračování).....	14
1.2 Statistické pojmy (3. pokračování).....	14
1.3 Ekonomické a finanční pojmy	15
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (1. pokračování)	15
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (2. pokračování)	15
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (3. pokračování)	15
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (4. pokračování)	16
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (5. pokračování)	16
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (6. pokračování)	16
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (7. pokračování)	16

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (8. pokračování)	16
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (9. pokračování)	16
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (10. pokračování)	17
1.3 Ekonomické a finanční pojmy (11. pokračování)	17
1.3.1 Trochu historie	17
1.3.2 Historie peněz	19
1.3.2 Historie peněz (1. pokračování)	19
1.3.2 Historie peněz (2. pokračování)	19
1.3.2 Historie peněz (3. pokračování)	19
1.3.3 Lichva	19
1.3.4 Predátorské úvěrování	19
1.3.5 Spoření	20
1.3.6 Mikroúvěr	20
2. Jednoduché úročení	22
2. Jednoduché úročení (pokračování)	22
2.1 Polhůtní jednoduché úročení	23
2.1 Polhůtní jednoduché úročení (pokračování)	23
2.1.1 Úrokové číslo a úrokový dělitel	23
2.2 Předlhůtní jednoduché úročení	24
2.2 Předlhůtní jednoduché úročení (pokračování)	24
2.3 Směnka a její eskont	25
2.3.1 Akceptační úvěr a depozitní směnka	27
2.4 Další krátkodobé cenné papíry	28
2.4 Další krátkodobé cenné papíry (pokračování)	29
2.4.1 Běžný účet	29
2.4.1 Běžný účet (1. pokračování)	31
2.4.1 Běžný účet (2. pokračování)	31
2.4.1 Běžný účet (3. pokračování)	31
2.4.1 Běžný účet (4. pokračování)	32
3. Složené úročení	33
3. Složené úročení (1. pokračování)	34

3. Složené úročení (2. pokračování)	35
3.1 Področní složené úročení	36
3.1 Področní složené úročení (1. pokračování)	37
3.1 Področní složené úročení (2. pokračování)	38
3.2 Spotřebitelský úvěr	40
3.3 Nominální a reálná úroková míra	42
3.3 Nominální a reálná úroková míra (pokračování)	44
4. Umořování dluhu	47
5. Pravidelné platby, důchody	51
5. Pravidelné platby, důchody (pokračování)	52
6. Dluhopisy	54
7. Časová hodnota peněz a investiční rozhodování	57
7. Časová hodnota peněz a investiční rozhodování (pokračování)	59
3 Testy	60

1 Úvod

1.1 Popis řešitelského pracoviště – VŠEM

Vysoká škola ekonomie a managementu, o.p.s. (VŠEM) ve své činnosti vychází z významu inovační výkonnosti a kvality lidských zdrojů pro růstový potenciál a konkurenceschopnost národní ekonomiky. Svými aktivitami tvorby a aplikace znalostí podporuje VŠEM strategii chytrého, inkluzivního a udržitelného růstu Evropa 2020. VŠEM uskutečňuje vzdělávací programy v oblasti ekonomiky a managementu na mezinárodně srovnatelné odborné úrovni na mezinárodně srovnatelné odborné úrovni cestou tvořivé interakce pedagogické, výzkumné, expertní, publikační a informační činnosti.

Dlouhodobé tematické priority výzkumu a vývoje VŠEM zahrnují **konkurenceschopnost a inovační výkonnost** od makroekonomické přes regionální a odvětvovou úroveň po úroveň mikroekonomickou a od analýzy jejich faktorů po hodnocení účinnosti jejich podpory. Mezinárodní výzkumné a expertní projekty, kterých se VŠEM účastní, zahrnují dílčí témata zdrojů a výsledků inovační výkonnosti, např. národní inovační systémy (Innovation Performance Review, od roku 2011), inovace pracovního místa (European Workplace Innovation Network, 2013-2015), komparace nástrojů pro sociální inovace (Social Innovation Europe, 2011-2013). V aktivitách podporujících aplikaci a šíření výsledků výzkumu a vývoje patří VŠEM jednu z významných forem své společensky prospěšné a odpovědné mise.

VŠEM soustavně rozvíjí aktivity základního a aplikovaného výzkumu a vývoje.

V souladu se zaměřením VŠEM je i projekt Finanční matematika VŠEM.

Hlavním cílem projektu je prostřednictvím popularizačních technik a technologií zvýšit finanční gramotnost a podpořit zájem studentů o finanční matematiku a její praktické použití.

Předcházející projekt *Matematika VŠEM* (plný název: *Popularizace matematiky a podpora přechodu středoškolských studentů na vysoké školy technického směru*, registrační číslo: CZ.2.17/3.1.00/36239), který se řešil v rámci grantu Operačního programu Praha adaptabilita s finanční podporou Evropského sociálního fondu.

Projekt Matematika VŠEM je zpřístupněn široké veřejnosti především na webových stránkách www.matematika.vsem.cz. Stránky lze zobrazovat ve všech hlavních prohlížečích nejen z desktopů, ale i z mobilních zařízení (tablety, smartphony), stránky se přizpůsobují velikosti zobrazovacího zařízení. Těchto zkušeností využíváme i v projektu Finanční matematika VŠEM.

Výstupy projektu a jejich šíření jsou navrženy s ohledem na co nejvyšší efektivnost a racionalizaci použitých zdrojů. Projektovými výstupy chceme umožnit a rozšířit interdisciplinární vazby mezi matematikou a ekonomickými disciplínami (speciálně s oblastmi ekonomie ve finančnictví) při využití nejnovějších trendů a technologických řešení.

1.2 O projektu Finanční matematika VŠEM

Finanční gramotnost je definována v Národní strategii finančního vzdělávání takto: „*Finanční gramotnost je soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu,*

aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace.“

Finanční gramotnost je interdisciplinární povahy, je na pomezí společenských a ekonomických věd, matematiky a informačních technologií. Jde o základy správného finančního myšlení a efektivního ekonomického chování. V tom hraje důležitou roli finanční matematika.

Hlavní klasické disciplíny matematiky se vyvinuly ze čtyř praktických lidských potřeb – potřeby počítat při obchodování, porozumět vztahům mezi číselně vyjádřenými množstvími, vyměřování pozemků a staveb a předpovídání astronomických jevů. Z těchto čtyř potřeb vznikly čtyři klasické matematické disciplíny – po řadě aritmetika, algebra, geometrie a matematická analýza, které se zabývají (zhruba řečeno) čtyřmi základními oblastmi zájmu matematiky – kvantitou, strukturou, prostorem a změnou.

Později se díky snahám zastřešit tyto čtyři disciplíny jednotnou matematickou teorií a dosáhnout co největší přesnosti a nezpochybnitelnosti výsledků rozvinulo několik vzájemně provázaných disciplín nazývaných souhrnně základy matematiky. Tyto disciplíny kromě výše zmíněného umožnily také hlubší propojení matematiky s filosofií či rozvoj teoretické informatiky.

Matematika je především krásná a naprosto dokonalá v tom smyslu, že její výsledky jsou zcela přesně formulovány a zcela exaktně dokazovány.

Matematika hovoří o věcech, které jsou nesmírně abstraktní a které existují jakýmsi zvláštním způsobem.

Vezměme přirozená čísla: množina všech přirozených čísel jako celek je krásným příkladem objektu, který matematicky existuje, ale v přírodě se fyzicky nenachází.

To znamená, že matematika se dá sice aplikovat do přírodních věd, ale sama je jakýsi chrám ducha, kde jsou věci přesně dané a přesně vymezené; udává nám porozumění nekonečnu jako přesně popsanému pojmu. Královnou věd může být snad proto, že je taková noblesní.

Tzn. matematika hovoří o světě, který existuje velmi zvláštním způsobem mimo čas a prostor, a do toho času a prostoru se dá aplikovat, když zjistíme, že některé materiální věci a vztahy se chovají tak, že to odpovídá vztahům matematickým a že se o nich dá tím jazykem matematickým hovořit.

Počítat lidi v místnosti a pak je všelijak sčítat a odčítat, to už je aplikace matematiky, ne matematika jako taková.

Je znám příběh s lovci a vránou, který ukazuje, že zvířata do jistého čísla dokážou „počítat“. Legendární fyzik Faraday matematiku moc neuměl a nepoužíval, přesto podle velkého matematika Maxwella myslel matematicky. A do třetice – teoretický fyzik Gamow uvádí citát svého učitele: „Práce matematiků nespočívá v provádění správných matematických operací, to je práce bankovních účetních.“

Norbert Wiener pravil: „*Matematika je sport především pro mladé.*“ Někteří matematici podali své nejlepší výkony velmi mladí, např. brněnský rodák Kurt Gödel, který vnesl svůj hlavní podíl v letech 1930–31, kdy mu bylo kolem dvaceti pěti let, dokázal, že (stručně řečeno) matematika nebude nikdy hotová. To se totiž matematici předtím domnívali: za pár let bude všechno vyřešené a matematika bude uzavřená. A právě Gödel proti všemu očekávání prokázal, že to možné není.

Matematik, zvyklý uvažovat přísně logicky a své úvahy dotahovat do konce, může víc trpět nelogičnostmi a nedůslednostmi běžného života, ale stejně tak třeba malíř musí trpět barvami nebo hudebník všudypřítomnými kakofoniemi pazvuků.

1.2.1 Co je finanční matematika?

Každodenně se setkáváme s otázkami, jakou výši úroku obdržíme od banky za náš vklad, nebo jak nejlépe uložit peníze, abychom uspořili námi stanovenou finanční částku, nebo kolik zaplatíme na úrocích při splácení hypotečních, spotřebitelských či jiných úvěrů a jak dlouho je budeme splácet, příp. jak investovat do cenných papírů, jak nejlépe zhodnotit své finanční prostředky atd. S těmito a s řadou dalších podobných otázek se setkáváme dennodenně. Dokladem toho jsou ekonomické přílohy denního tisku a příslušné internetové stránky, kde je uvedena spousta zajímavých informací a dat, včetně jejich porovnání podle různých hledisek. Věříme, že tyto informace vás budou určitě zajímat, mnohdy se pro vás stanou i životně důležitými, např. při rozhodování jakým způsobem zaplatit stavbu nového domu.

Porozumění základním finančním a matematickým vztahům, které souvisejí a zabývají se finančním trhem, se dnes pomalu a jistě stává nutností nejen pro pracovníky bank, pojišťoven a makléřských společností, ale v současné době i téměř pro každého z nás. Najít správné odpovědi lze mimo jiné také užitím finanční matematiky, tj. matematiky aplikované v oblasti financí (v oblasti finančního trhu, jeho subjektů a nástrojů). Poznamenejme, že finanční matematika vznikla a rozvíjela se vlivem všeobecného základního úkolu veškeré lidské činnosti – používat existujících prostředků k dosažení největšího užitku.

Mýty o finanční a pojistné matematice:

„*Je moc složitá, tomu normální člověk nikdy neporozumí.*“

„*To určitě bude jednoduché. Když to budu potřebovat, tak to hravě a jednoduše vymyslím.*“

Matematické operace ve finanční sféře nazýváme finanční matematikou. Ve starší literatuře najdeme také název politická aritmetika. Je však poplatný starší anglické literatuře a dnes se nepoužívá. Anglicky se dnes finanční matematika označuje jako *financial mathematics*, nebo *mathematical finance*, nebo *quantitative finance* (a výpočty ve finanční matematice *financial calculus*), německy je nazvána *Finanzmathematik* a rusky *финансовая математика*.

Jak jsme uvedli, finanční matematika je část aplikované matematiky zabývající se matematickými úlohami spojenými s finančními výpočty a matematickými modely finančních trhů. Finanční matematika tedy poskytuje matematické modely pro oblast finanční ekonomiky, zabývá se finančními toky a optimálním užitím finančních instrumentů. V prvopočátku jde o popis časové hodnoty peněz, tj. úročení, použití aktiv k optimálnímu rozložení rizika a hledá cenu odvozených aktiv.

Ve finanční matematice zkoumáme libovolný finanční nástroj z hlediska nějakého (příp. i náhodného) finančního toku (cash flow) generovaného tímto instrumentem. Metody finanční matematiky sahají od nejjednodušších jako je např. počítání úroků až po poměrně pokročilé partie teorie pravděpodobnosti a náhodných procesů.

Někteří hovoří o tom, že finanční matematika je jako past na myši. Lze to vyjádřit i jinak. Finanční matematika je oceán a toho, kdo se na něj jednou odváží, buď postihne mořská nemoc, když s hrůzou pomyslí na jeho hloubku a šíří, nebo se jednou provždy zasnoubí s jeho nekonečnými vodami. Právě proto je finanční matematika velkým dobrodružstvím myšlení.

Obečněji finanční matematika odvozuje a rozšiřuje matematické nebo numerické modely bez nutnosti rozšířit finanční teorii, přičemž dává zjištěné tržní ceny jako výstup.

Samozřejmě se vyžaduje matematická konzistence, ale kompatibilita s ekonomickou teorií nemusí být, např. zatímco finanční ekonom studuje strukturální vlivy, proč cenné papíry jisté společnosti mají určitý kurs, tak finanční matematik může brát kurs příslušných cenných papírů daný a pokusí se užitím stochastického kalkulu určit odpovídající hodnotu finančního derivátu (finanční deriváty jsou finanční nástroje, jejichž hodnota je odvozena z hodnoty tzv. podkladového aktiva, jejich podstatou je forma termínovaného obchodu, tzn. dochází k určitému zpoždění mezi sjednáním obchodu a jeho plněním).

Poznamenejme, že za finanční matematiku byly v letech 1990 a 1997 uděleny ceny Švédské královské banky v ekonomických vědách na památku Alfréda Nobela (tzv. Nobelova cena za ekonomii).

Finanční matematiku můžeme rozdělit na čtyři části:

a) *klasická finanční matematika* – procentuální výpočty, dále otázky týkající se dluhových nástrojů (směnka, depozitní certifikát, dluhopis) i analýzy finančních toků v bankovním světě (úvěr, investice),

b) *stochastická finanční matematika* – studuje finanční trhy a aplikací stochastického kalkulu hledá spravedlivou (nebo bezarbitrážní) cenu finančních nástrojů,

c) *pojistná matematika* – jde o aktuárské výpočty, tj. výpočty, které se užívají v pojišťovnictví,

d) *ekonometrické výpočty* – jde o prognózování vývoje finančních trhů.

Část c) vedla zřejmě k tomu, že se u nás finanční matematika od dob zakladatele vysokoškolských studií finanční matematiky v Československu prof. Emila Schönbauma (10.6.1882 Benešov u Prahy–16.11.1967 Mexico City) nazývá finanční a pojistnou matematikou. Schönbaumovo působení ve státních institucích i na Universitě Karlově mezi světovými válkami se označovalo jako „československá pojistněmatematická škola“.

1.2.2 Projekt Finanční matematika VŠEM

V souladu s Národní strategií finančního vzdělávání a předcházejícím zamyšlením jsme se rozhodli řešit v rámci Interní grantové agentury Vysoké školy ekonomie a managementu (dále VŠEM) o. p. s. v Praze 5 rozvojový projekt R03 *Finanční matematika VŠEM*. Vysoká škola ekonomie a managementu, o.p.s. ve své činnosti vychází z významu inovační výkonnosti a

kvality lidských zdrojů pro růstový potenciál a konkurenceschopnost národní ekonomiky. Svými aktivitami tvorby a aplikace znalostí podporuje VŠEM strategii chytrého, inkluzivního a udržitelného růstu Evropa 2020. VŠEM uskutečňuje vzdělávací programy v oblasti ekonomiky a managementu na mezinárodně srovnatelné odborné úrovni cestou tvořivé interakce pedagogické, výzkumné, expertní, publikační a informační činnosti.

Výstupy projektu a jejich šíření jsou navrženy s ohledem na co nejvyšší efektivnost a racionalizaci použitých zdrojů. Projektovými výstupy chceme umožnit a rozšířit interdisciplinární vazby mezi matematikou a ekonomickými disciplínami (speciálně s oblastmi ekonomie ve finančnictví) při využití nejnovějších trendů a technologických řešení.

Výstupy projektu jsou mj.

- a) *videosekvence* (nebo *videoprezentace*), ve kterých vysvětlujeme jednotlivé pojmy, vztahy mezi nimi a řešíme příklady s uvedenou problematikou,
- b) *interaktivní testy znalostí* – zde jde o hypertextové odkazy, které po jejich vybrání zobrazí zadání pět náhodně vybraných příkladů ze zásoby příkladů k danému okruhu. Ke každému příkladu je nabídnuto pět nebo více možných výsledků, opět generovaných v náhodném pořadí, tedy pokud si uživatel generuje sady příkladů z téhož okruhu vícekrát, nemusí mít správná odpověď totéž označení. V úvodu uvede uživatel emailovou adresu pro jedinečnou identifikaci řešitele testu, poté postupně označí u všech příkladů odpovědi, které považuje po svých provedených výpočtech za správné. Po vyplnění testu se ihned objeví odpověď,
- c) *Příručka uživatele projektu Finanční matematika VŠEM*, ve které uvádíme pár slov o matematice a zvláště o finanční matematice, obsah jednotlivých videosekvencí, rejstřík a umístění jednotlivých pojmů i vztahů mezi nimi ve videosekvencích; také obsahuje vzorce potřebné pro řešení jednotlivých úloh vysvětlovaných a řešených v jednotlivých videosekvencích atd.

Nyní uvedeme stručné rozdělení i stručný obsah celého kursu včetně termínů, které se v něm budou objevovat.

Ariadninou nití pro všechny výstupy (tj. videoprezentace, interaktivní testy i Příručku uživatele projektu Finanční matematika VŠEM) je základní osnova:

1. **Základní pojmy** (*procentový počet, funkce, průměry, posloupnosti a řady, peníze, čas, úroková sazba, úrok, kapitál, půjčka, dluh, cenný papír, investice*)
2. **Jednoduché úročení** (*běžný účet a kontokorentní úvěr, úrokové číslo a úrokový dělitel, krátkodobé cenné papíry, diskontování*)
3. **Složené úročení** (*složený úrok, diskont, smíšené úročení, področní složené úročení, spojitě úročení, reálná úroková míra, RPSN*)
4. **Umořování dluhu** (*umořování dluhu nestejnými splátkami, umořování dluhu stejnými splátkami, umořovací plán*)

5. **Pravidelné platby, důchody** (*pravidelné platby uvnitř úrokovacího období, současná a koncová hodnota důchodu, spoření, různé typy úloh s důchody, některé speciální typy důchodů*)
6. **Dluhopisy** (*základní pojmy a typy obligací, cena a výnosnost do splatnosti obligace, výnosová křivka, durace*)
7. **Časová hodnota peněz a investiční rozhodování** (*daně z příjmů, odpisy, hodnotová rovnice, současná hodnota, vnitřní míra výnosnosti, doba návratnosti, kritéria investičního rozhodování*)

Naší snahou je postupovat od věcí jednoduchých ke složitějším při zachování jednotlivých návazností, proto dělíme kurs do odstavců věnovaných úročení, spoření, důchodům, umořování dluhu a některým cenným papírům, především výpočtům jejich teoretických cen a výnosností.

Důraz klademe na jednotlivé vzorce potřebné pro zvládnutí základních výpočtů, dále uvádíme řešené příklady vztahujících se k jednotlivým tématům, tj. jde o aplikaci předchozí teorie a vzorců. Pro řešení složitějších úloh používáme dostupný software (tj. uvádíme postup v MS Excel s aplikací funkcí v tomto software) a předvádíme příslušnou animaci algoritmu.

U vzorců, ve kterých používáme operaci součin, pro přehlednost uvádíme vždy operátor krát („·“).

Věříme, že studium projektových výstupů povede ke zvýšení znalostí i dovedností uživatelů ve finanční matematice. Rovněž doufáme, že studium podle Finanční matematiky VŠEM povede k pochopení historiky:

Traduje se, že jeden ze sedmi starořeckých mudrců velmi zcestovalý a světaznalý kupec Thalés z Milétu (asi 640-562 př. n. l.), když mu předhazovali jeho chudobu i neužitečnost filosofie, seznal díky pozorování hvězd, že přijde velká úroda oliv. Už v zimě nashromáždil něco málo peněz, zaplatil zálohy na všechny olivové lisy v Milétu a na Chiu a za nízkou cenu si je pronajal, protože nikdo nenabízel víc. Když pak přišla doba sklizně, všichni je najednou potřebovali a on je pronajímal, za kolik chtěl, takže nashromáždil veliké peníze. Z dnešního hlediska převedl kupní opci (call option) na futures. Také tím ukázal, že pro filosofy je snadné zbohatnout, pokud chtějí, ale že to není to, o co usilují.

Abychom navázali na předchozí, uvedeme slova, jež údajně pravil právě řecký mudrc Thalés z Milétu: „*Nečinnost je trapná, nemírnost škodlivá, nevzdělanost obtížná.*“

Při vědomí si toho, že očekávání od kursu Finanční matematika VŠEM může být nadnesené, citujme anglickou spisovatelku Charlotte Brontëovou z předmluvy k románu Shirley:

„*Milý čtenáři, pokud si myslíš, že na tebe čeká milostný příběh, nebyl jsi nikdy na větším omylu. Očekáváš city, poezii, fantazii? Naději, vášeň, dráždivost a melodrama? Raději své naděje pokorně zkroť. Očekává tě cosi skutečného, chladného a solidního, něco tak neromantického jako pondělní ráno, kdy všichni, kdo musí pracovat, se probouzejí s vědomím, že je třeba vstát, a pak také vstanou.*“

2 Obsah videoprezentací

Videoprezentace jsou umístěné na internetu, zde jde o stránky nazvané Matematika VŠEM (<http://www.matematikavsem.cz/>), kde je najdeme v nabídce „Finanční matematika“.

Finanční matematika VŠEM

Zde uvádíme Vysokou školu ekonomie a managementu, o. p. s. jako řešitelské pracoviště, finanční matematiku, rozvojový projekt IGA VŠEM R03 *Finanční matematika VŠEM*, vědeckou disciplínu Finanční matematika, osnovu projektu.

1. Základní pojmy

V jednotlivých videoprezentacích uvedeme základní termíny matematické, statistické, ekonomické a zvláště finanční, příp. souvislosti mezi nimi.

1.1 Matematické pojmy

Funkce jedné proměnné, definiční obor funkce, obor hodnot funkce, graf funkce, konstantní funkce, identická funkce, lineární funkce.

1.1 Matematické pojmy (1. pokračování)

Funkce přímá úměrnost, funkce nepřímá úměrnost.

1.1 Matematické pojmy (2. pokračování)

Obecná exponenciální funkce, základní exponenciální funkce (exponenciální funkce jsou důležité pro modelování přírodních jevů, protože vyjadřují *zákon přirozeného růstu*, typickým příkladem přirozeného růstu je spojitě úrokování; protože Eulerovo číslo je také definováno jako limita jedné speciální posloupnosti, budeme spojitě úrokování modelovat přes tuto limitu.).

1.1 Matematické pojmy (3. pokračování)

Logaritmické funkce, funkce přirozený logaritmus

1.1 Matematické pojmy (4. pokračování)

Posloupnost, konstantní posloupnost, monotónie posloupnosti, rekurentně definovaná posloupnost, Fibonacciho posloupnost.

1.1 Matematické pojmy (5. pokračování)

Aritmetická posloupnost, geometrická posloupnost, limita posloupnosti, Eulerovo číslo je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \text{ tj. } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e,$$

nekonečná řada, součet nekonečné řady.

1.1.1 Procentní počet

Císař Augustus zavedl daň ve výši $\frac{1}{100}$, známou jako *centesima rerum venalium* (setina z prodeje nemovitosti). Počítání s těmito zlomky bylo podobné jako počítání s procenty. Se vzrůstající nominální hodnotou peněz ve středověku začaly být výpočty se jmenovatelem běžné a od konce 15. století se stávají obvyklou součástí aritmetických textů. V mnoha z nich se tyto metody používají k výpočtu ztráty a zisku, úrokových měr a trojčlence. Od 17. století se v procentech standardně udávají úrokové míry. Jedno procento, značíme 1 %, značí jednu setinu z celku. Název pochází z latinského *per centum*, což znamená na sto. V češtině se použití znaku procenta řídí stejnými pravidly jako další symboly, tedy např. 10% (bez mezery mezi číslem a symbolem) znamená *desetiprocentní* (jde o přídavné jméno), 10 % (s mezerou) znamená *deset procent* (jde o podstatné jméno).

1.1.1 Procentní počet (pokračování)

Pokud se má vyjádřit změna nějakého údaje uvedeného v procentech, je třeba zřetelně rozlišit, jestli tuto změnu vyjadřujeme v procentech *původní základní hodnoty*, nebo v procentech *procentní hodnoty*. Zejména v ekonomice a u ekonomických ukazatelů se místo důsledného uvádění základu používá k rozlišení původně anglický termín *procentní bod* (označuje se **pp** z anglického *percentage point*), používaný pro aritmetický rozdíl dvou hodnot vyjádřených v procentech stejného základu. Pro relativní změnu procent se pak někdy používá pojem *procentní podíl*. Dále uvádíme výpočet v Excelu. Promile jsou způsobem, jak vyjádřit velikost části celku číslem vyjadřujícím, kolik tisícin celku tato část tvoří. Název pochází z latinského *per mille*, což znamená na tisíc. Promile se používají o něco méně často než procenta; pravidla jejich používání a označování jsou obdobná jako u procent. *Bazický bod*, který je často označován **bp** (z anglického *basis point*), ve finanční oblasti označuje jedna setina procentního bodu, tj. $1 \text{ pp} = 100 \text{ bp}$ a $1 \text{ bp} = 0,01 \text{ pp}$. V bazických bodech se udávají především úrokové míry a výnosové míry různých finančních nástrojů.

1.2 Statistické pojmy

Průměr, aritmetický průměr, výpočet aritmetického průměru v Excelu.

1.2 Statistické pojmy (1. pokračování)

Vážený aritmetický průměr, výpočet váženého aritmetického průměru v Excelu, geometrický průměr, vztah geometrického a aritmetického průměru, průměrný koeficient růstu (resp. poklesu).

1.2 Statistické pojmy (2. pokračování)

Výpočet geometrického průměru v Excelu, vážený geometrický průměr, výpočet váženého geometrického průměru v Excelu.

1.2 Statistické pojmy (3. pokračování)

Harmonický průměr, vztah harmonického, geometrického a aritmetického průměru, výpočet harmonického průměru v Excelu, vážený harmonický průměr, výpočet váženého harmonického průměru v Excelu

1.3 Ekonomické a finanční pojmy

Ekonomie je nauka o efektivní alokaci vzácných zdrojů mezi jednotlivá alternativní využití. Existují různé ekonomické směry (školy), z nichž některé používají odlišné definice. Slovo ekonomie pochází z řeckého *oikonomia* (*oikos* – dům, *nomos* – zákon) a znamenalo původně vedení domácnosti. Z hlediska zkoumání ekonomického chování a rozhodování jednotlivců, domácností, firem (podniků) či státu se ekonomie dělí na mikroekonomii a makroekonomii. Mikroekonomie se zabývá ekonomickým chováním jednotlivých subjektů, tedy jednotlivců, domácností, firem a státu; zkoumá např. relativní ceny statků a výrobních faktorů, vliv daní na podnik apod. Makroekonomie zkoumá ekonomiku jako celek (na úrovni ekonomických agregátů), zkoumá např. hrubý domácí produkt (HDP) a hospodářský růst, cenovou hladinu, inflaci, nezaměstnanost apod. Ekonomický termín finance je velmi široký, týká se peněžních prostředků a zacházení s nimi. Znamená jak tvorbu, rozdělování a užití peněžních prostředků a kapitálu, tak i tyto prostředky samotné. Pochází ze starofrancouzského slova *finance(s)*, které doslova znamená ukončení, tj. splacení dluhu a vyrovnání závazku. Slovo je odvozeno z latinského *finis*, které znamenalo hranice, později v přeneseném slova smyslu clo jako poplatek za zboží během přepravy přes hranice. Ve významu peněžních prostředků a zacházení s nimi se používá od 17. století. Finance jako ekonomická kategorie je v české právní úpravě převedena do řady finančněprávních institutů – základem všech jsou však peníze v různých funkcích a vztazích, které na základě těchto funkcí vznikají. Nejdůležitější z těchto institutů jsou rozpočty, daně, poplatky, clo, úvěr, měna, devizové hospodářství a finanční trh. Dále – dělení financí, peníze (jsou zvláštní druh zboží či komodity, kterou lze v určitém ekonomickém okruhu, tj. oblasti platnosti, směniti za jakékoli jiné zboží, tj. platiti jimi), formy peněz, finanční vztahy, finanční operace

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (1. pokračování)

Jistina (kapitál), čas, časová hodnota peněz, změna jistiny v čase, současná hodnota jistiny (**PV** z angl. *present value*), budoucí hodnota jistiny (**FV** z angl. *future value*), úročení, diskontování, úrok, úroková míra, úroková sazba, nominální úroková míra, efektivní úroková míra, požadovaná úroková míra, vnitřní výnosová míra (příp. vnitřní výnosové procento či vnitřní výnosová sazba), doba splatnosti, úrokový strop, jednoduché úročení, složené úročení, kombinované úročení, spojitě úročení, předlhuční (anticipativní) úročení, polhůtní (dekurzivní) úročení,

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (2. pokračování)

Čas, standardy úročení, výpočet času podle standardů úročení, **30E** (příp. **30A**), **ACT**, **360**, **365**, **365,25**, evropský standard (nebo německá metoda či obchodní metoda), $\frac{30E}{360}$.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (3. pokračování)

Americký standard, $\frac{30A}{360}$, evropský a americký standard úročení v Excelu, francouzská metoda (nebo mezinárodní metoda či bankovní metoda), $\frac{ACT}{360}$, anglické standardy úročení, $\frac{ACT}{365}$, $\frac{ACT}{ACT}$, $\frac{ACT}{365,25}$.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (4. pokračování)

Úrokové míry (příp. sazby), nominální úroková míra, úrokovací období (rok p.a. – per annum; pololetí p.s. – per semestre; čtvrtletí p.q. – per quartale; měsíc p.m. – per mensem; týden p.h. – per hebdomadem nebo p.sept. – per septimanam; den p.d. – per diem), reálná úroková míra, efektivní úroková míra.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (5. pokračování)

Požadovaná úroková míra (požadovaná výnosová míra, či požadovaná výnosnost), náklady obětované příležitosti, vnitřní výnosová míra (příp. vnitřní výnosové procento či vnitřní výnosová sazba, zkratka IRR z angl. *internal rate of return*), výnosnost do doby splatnosti (zkratka YTM z angl. *yield to maturity*), diskontní sazba, repo sazba, lombardní sazba, mezibankovní úrokové míry, strategie banky, riziko půjčky, státní pokladniční poukázky, státní dluhopisy, bezriziková investice, prima rate („prima sazba“), daňová politika státu.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (6. pokračování)

Bankovní účet, kreditní zůstatek, debetní zůstatek, depozitní účet, úvěrový účet, běžný účet, spořicí účet, termínovaný vklad (nebo termínovaný účet), jednorázový termínovaný vklad, termínovaný vklad s revolvingem (nebo termínovaný účet s opakováním), cyklický termínovaný vklad, doba splatnosti vkladu, sankce, úvěrový účet, neúročený účet, Loro a Nostro účet, kontokorent, platební karta (debetní nebo kreditní), přímé a internetové bankovníctví, bankovní a cestovní šeky, cenné papíry (akcie, zatímní listy, poukázky na akcie, podílové listy, dluhopisy, investiční kupóny, kupóny, opční listy, směnky, šeky, cestovní šeky, náložné listy, skladištní listy a zemědělské skladní listy).

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (7. pokračování)

Cenné papíry, akcie, listinné akcie (fyzické listiny), zaknihované akcie (zápis v evidenci), akcie na jméno, akcie na majitele, akcie zakladatelské, akcie kmenové, akcie prioritní, první akciová společnost světa, dluhopis (anglicky bond), státní dluhopisy, komunální (municipální) dluhopisy), korporátní (podnikové) dluhopisy, bankovní dluhopisy, pokladniční poukázky, hypoteční zástavní listy, bund, gilt.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (8. pokračování)

Směnka, směnka vlastní, směnka cizí, věřitel, dlužník, směnečník, indosament (jinak též rubopis směnky), směnka na řad, indosant (žirant), indosatář (žiratář), cenné papíry na řad (ordre papíry), cenné papíry na doručitele (papíry au porter), cenné papíry na jméno (rektapapíry, papíry au nom), cenné papíry abstraktní, cenné papíry kauzální.

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (9. pokračování)

Investice, akcie, podílové listy, dluhopisy, finanční deriváty, komodity ve formě burzovních kontraktů, nemovitosti, obrazy a jiná umělecká díla, investiční zlato, investiční stříbro, investiční diamanty, smart mince, investiční zlaté mince, investiční riziko, riziko inflace, úrokové riziko, kreditní riziko, riziko likvidity, měnové riziko, riziko trhu, řízení rizik v investicích, hedgeový fond (anglicky hedge fund)

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (10. pokračování)

Talebovo rozdělení, Nassim Nicholas Taleb, carry trade, banka, emise peněz (to je úkol převážně centrálních bank), zprostředkování bezhotovostního platebního styku, úschova cenných předmětů, směnářská činnost, vydávání cenných papírů, burzovní obchody, poradenské a zprostředkovatelské služby, poskytování bankovní záruky (kterou může v České republice poskytovat banka s licencí udělenou ČNB), run na banku, bankovní panika, burza, New York Stock Exchange (NYSE), Prague Stock Exchange (PSE; tj. Burza cenných papírů Praha – BCPP)

1.3 Ekonomické a finanční pojmy (11. pokračování)

Finanční trh, primární finanční trh, zprostředkovatelský finanční trh, pojištění, pojištění osob (úrazové pojištění, pojištění na dožití, důchodové pojištění, nemocenské pojištění), pojištění majetku (havarijní pojištění, pojištění proti odcizení, živelné pojištění), pojištění zájmu (pojištění odpovědnosti za škodu, povinné ručení), historie pojišťovnictví, Edward Lloyd, Jan Kryštof Bořek, Císařsko-královský, privilegovaný, český, společný náhradu škody ohněm svedené pojišťující ústav, První česká vzájemná pojišťovna, požár na dostavbě Národního divadla dne 12. 8. 1881, Slavia, vzájemná pojišťovací banka Praha, Hasičská vzájemná pojišťovna v Brně.

1.3.1 Trochu historie

Platón se ekonomickými aspekty zabýval především ve svém rozsáhlém dialogu Ústava. Je předchůdce socialisticko-komunistické myšlenky ve smyslu, že každý by měl dělat to, co umí, k čemu je předurčen; vládci se pak nemají zaobírat majetkem vůbec, tj. dělí společnost do tříd: řemeslníci (soukromé vlastnictví a výroba), vojáci (nemají soukromé vlastnictví, aby mohli lépe bránit společnost) a vládci/filosofové (nemají soukromé vlastnictví, aby lépe mohli vládnout). Platónův žák Aristotelés se zabývá ekonomickými problémy zejména ve svých spisech Politika, Etika Nikomachova a Athénská ústava. Zavádí pojem ekonomie (převzatý od Xenofóna). Rozlišuje vlastnictví přirozené a nepřirozené. Přirozené vede k dobrému hospodaření, naproti tomu nepřirozené jen ke zbytečnému hromadění majetku. Po nástupu křesťanství *Augustinus Aurelius* (sv. Augustýn, 354 – 430) píše: poslušnost a smíření je cesta do nebe, fyzická práce (nejčastěji práce zemědělská) je dobrá, umožňuje očistění od hříchu a cestu do nebe, obchod je nedůstojný člověka pravé víry. Objevuje se otázka, má-li pravý křesťan vůbec morální právo na hromadění soukromého majetku, na soukromé vlastnictví vůbec. Scholastika nebo také kanonické učení vycházela na jedné straně z Písma a na druhé straně ze znovuobjevených spisů antické filosofie. Tuto epochu nejlépe reprezentuje sv. *Tomáš Akvinský* (1 224–1 274), známý přízviskem *doctor angelicus* (andělský učitel), svým spisem *Summa theologiae* (česky Souhrn teologie, 1 265-1 273). Podobně jako Aristotelés Tomáš Akvinský odmítá úrok, neboť ten představuje odměnu za čas, který věřitel musí čekat na vrácení zapůjčené částky. Čas však náleží Bohu, proto je nepřípustné, aby si odměnu přisvojoval člověk. Je možná půjčka, ale bezúročná; nicméně jako správný křesťan je dlužník povinen projevit vděčnost (nikoliv úrok, ale vděčnost). Uznává právo na soukromé vlastnictví (křesťan má právo na soukromé vlastnictví, nakládá-li s ním bohubí, tj. má morální povinnost a de facto nutnost dávat milodary). V r. 1495 italský františkánský mnich a

matematik *Luca Pacioli* (1445 – 1517) v Benátkách vydává své opus magnum *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, ve kterém se kromě shrnutí tehdejšího matematického poznání objevuje mj. i moderní podvojný účetnictví. Na přelomu 16. a 17. století v západní Evropě v období vzniku absolutistických monarchií se objevuje první buržoazní ekonomická teorie merkantilismus. Fyziokratismus, neboli „vláda přírody“, vznikl v polovině 18. století ve Francii, nejpobulárnějším se stal později na konci 18. století. Podstatou fyziokratismu je teorie, že bohatství národů pochází ze zemědělství. Fyziokratismus je považován za první propracovanou ekonomickou teorii a učinil první kroky k osamostatnění ekonomie jako samostatné vědecké disciplíny. Fyziokratismus předznamenal příchod klasické ekonomie. Na fyziokratismus navazuje skotský ekonom a filosof *Adam Smith* (1723–1790) a jeho dílo *Bohatství národů*, které je považováno za počátek klasické politické ekonomie. V r. 1848 poslední velký představitel klasické politické ekonomie *John Stuart Mill* (1806 – 1873) vydává *Principles of Political Economy* (Principy politické ekonomie), pravděpodobně nejdůležitější ekonomickou učebnicí devatenáctého století. V r. 1862 publikuje anglický ekonom a logik *William Stanley Jevons* (1835 – 1882) svoji knihu *A General Mathematical Theory of Political Economy*, kterou Irving Fisher považuje za start aplikace matematických metod v ekonomii. Na něj navázal ve Vídni r. 1871 *Carl Menger* (1840 – 1921) a ve Švýcarsku r. 1874 francouzský matematický ekonom *Léon Walras* (1834 – 1910). V r. 1890 *Alfred Marshall* (1842 – 1924) publikuje *Principles of Economics* (Zásady ekonomie). Toto dílo se stalo základní učebnicí neoklasické ekonomie. Ta spojovala klasickou školu politické ekonomie a marginalistický přístup. Ke zrození moderní finanční matematiky došlo v r. 1900 v disertační práci francouzského matematika *Louise Jeana-Baptiste Alphonse Bacheliera* (1870 – 1946) nazvané *Théorie de la spéculation* (česky Teorie spekulací). Šlo o první stať, ve které se objevilo použití rozvinuté matematické teorie ve finančnictví, speciálně použití matematické teorie Brownova pohybu pro výpočet opcí. R. 1936 *John Maynard Keynes* (1883 – 1946) zveřejňuje spis *The General Theory of Employment Interest and Money* (Obecná teorie zaměstnanosti, úroku a peněz), zlomové dílo makroekonomie, které má vliv na hospodářskou politiku po zbytek 20. století. R. 1937 *John Hicks* (1904 – 1989) ve svém článku *Keynes and the classics: a suggested interpretation* (Pan Keynes a klasikové) představuje IS-LM model, základ neoklasické syntézy. Nejmodernější makroekonomické teorie vnímají IS-LM model jako skvělou aproximaci pro porozumění reálného světa. R. 1948 „otec moderní ekonomie“ *Paul Anthony Samuelson* (1915 – 2009) vydává *Economics: An Introductory Analysis*. V této celosvětově proslulé učebnici ekonomie dokázal spojit keynesiánství a neoklasickou ekonomii. Samuelson modifikoval termodynamické formule do ekonomické teorie. Jeho učebnice *Economics* se dočkala devatenácti vydání a dosáhla světové proslulosti. První čtyři vydání napsal jako přesvědčený keynesiánek. Další vydání jsou ve znamení velké neoklasické syntézy, jde o spojení neoklasické mikroekonomie a Keynesovy makroekonomie. R. 1973 *Fischer Black* (1938 – 1995) a *Myron Scholes* publikují článek o oceňování opcí *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, který významně rozvíjí moderní finanční matematiku a obsahuje mj. parciální diferenciální rovnici dnes nazývanou Blackovou-Scholesovou. Ta je odvozena z Blackova-Scholesova-Mertonova modelu, na kterém se ještě podílel Robert Cox Merton. V r. 1977 publikoval český matematik žijící v USA *Oldřich Alfons Vasicek* (s diakritikou *Oldřich*

Alfons Vašíček, nar. 1942) v Journal of Financial Economics průlomový článek *An equilibrium characterization of the term structure*. Jeho model popisující dynamiku úrokových měr je dnes znám jako Vašíčkův model (angl. Vasicek model).

1.3.2 Historie peněz

Historie peněz, zvláště mincí na českém území.

1.3.2 Historie peněz (1. pokračování)

Historie peněz ve světě, záznamy dluhů na vrubovkách (angl. tally sticks) v Anglii.

1.3.2 Historie peněz (2. pokračování)

Historie peněz – bankovky, Brettonwoodský měnový systém (též opisně nazývaný standardem ekvivalence dolaru a zlata), smithsoniánský systém, peníze jsou prostředek moudrých a cíl hlupáků.

1.3.2 Historie peněz (3. pokračování)

Historie bankovek a státovek, speciálně na českém území.

1.3.3 Lichva

Lichva neboli úžera (z lat. *usura*; z germánské góštštiny *leihwan*, což značí půjčovat, nebo z něm. *leihen*, což znamená rovněž půjčovat) je obecně závazek nepřiměřený k zisku závazkem získanému. Nejčastějším příkladem jsou půjčky s velkými nebo dokonce obrovskými úroky, třeba i 100 % za každý den. Podle českého zákona je lichva trestný čin, jehož se dopustí ten, kdo zneužívá něčí rozumové slabosti, tísně, nezkušenosti, lehkomyšlnosti nebo něčího rozrušení, dá sobě nebo jinému poskytnout nebo slíbit plnění, jehož hodnota je k hodnotě vzájemného plnění v hrubém nepoměru, nebo kdo takovou pohledávku uplatní nebo v úmyslu uplatnit ji na sebe převede.

1.3.4 Predátorské úvěrování

Trh úvěrů se dělí na prime market a subprime market. Prime market (je česky označován jako výběrový trh) obsluhují především banky, které půjčují bonitním zákazníkům s vysokým předpokladem dobrého splácení. Dobré sazby tak nabízejí především lidem s minimálním rizikem nespłácení (mají dostatečně vysoký příjem, který jim přichází pravidelně na účet, nebo žádné jiné půjčky nesplácí, nebo je splácí řádně apod.). Subprime market je česky označován jako rizikový trh a zahrnuje úvěry lidem s nízkými nebo žádnými příjmy a horší nebo špatnou platební morálkou. Jednoznačná hranice mezi prime a subprime trhem neexistuje. Specifickou skupinou jsou predátorské úvěry (predatory loans), které jsou nabízeny zpravidla jednoznačně rizikovým klientům (lidé bez příjmu, lidé splácející několik půjček, „půjčky na oddlužení“, dlužníci apod.). Predátorské úvěry jsou podmožinou subprime úvěrů, ale ne všechny rizikové úvěry jsou predátorskými. Predátorské úvěrování se používá jako termín pro různé druhy nepoctivého jednání při sjednávání úvěrů. Ačkoli neexistuje jasná a všeobecně uznávaná definice, predátorské úvěrování je možné chápat jako netransparentní, neetické nebo dokonce nezákonné praktiky při sjednávání půjčky nebo v průběhu jejího splácení. „Predátoři“ vědí, že takoví klienti kvůli nízké schopnosti splácet

nemají šanci získat úvěr od banky nebo zavedené nebankovní společnosti. Přesto nebo právě proto vysoké riziko nesplácení vyvažují nejčastěji astronomickou cenou úvěrů.

1.3.5 Spoření

Spoření je činnost, kterou vznikají úspory. Člověk spoří, pokud odkládá spotřebu a část svých čistých příjmů neutratí. Spořením vzniká majetek, případně kapitál. Protikladem úspor jsou dluhy. V ekonomii se spoření definuje jako rozdíl mezi disponibilními příjmy a výdaji na spotřebu, měří se objemem peněz za nějakou dobu (měsíc, rok). Podíl spoření na celkovém příjmu za určitou dobu se nazývá míra úspor. Míra hrubých úspor domácností v Evropské unii činí přibližně 11 %. Spořením člověk zvětšuje svůj majetek, který se naopak zmenšuje výběry úspor, inflací a podobně. Pokud člověk uchovává své úspory doma (v pokladniče nebo ve slavníku), jsou tyto prostředky vyňaty z oběhu a nemohou sloužit jako investice. Představují vlastně bezúročnou půjčku státu (příp. národní nebo centrální bance). Pokud peníze uloží do banky, banka je půjčí tomu, kdo je potřebuje a je ochoten za ně zaplatit úrok. Tím se peníze dostávají do oběhu, slouží ekonomickému životu a majitel je za to odměňován úrokem. Tento úrok (resp. úroková míra) musí být nižší než úrok (resp. úroková míra), který bance platí její dlužník, neboť z tohoto rozdílu (jde o úrokovou marži) se financuje provoz banky, pojištění rizik i zisk jejích majitelů. Majitel úspor se může rozhodnout, jakým způsobem své peníze uloží, volí mezi likviditou, jistotou a výnosností. Běžný vklad v bance má vysokou likviditu (peníze lze kdykoli vybrat a použít), velkou jistotu (tj. nízké riziko) a poměrně nízkou výnosnost. U termínovaných vkladů je výnosnost vyšší (ovšem za cenu snížení likvidity).

1.3.6 Mikroúvěr

Mikroúvěr (anglicky *microcredit*) má formu drobných půjček poskytovaných určitým společenským skupinám, které nejsou dle standardních měřítek posuzovány jako solventní (např. nezaměstnaní, chudí podnikatelé). Tito lidé nejsou schopni záruky, nemají stálé zaměstnání a jejich úvěrový profil obecně nesplňuje ani minimální požadavky pro získání tradiční formy úvěru. Mikroúvěr je součástí mikrofinancování, které se zaměřuje na zajišťování finančních služeb (úvěry, úspory, mikropojištění aj.) velmi chudým lidem. Mikroúvěr je poměrně nový finanční produkt, který se vyvinul v rozvojových zemích. Umožnil extrémně chudým lidem (zejména ženám) provozovat samostatnou výdělečnou činnost, což jim přineslo příjmy, schopnost akumulovat majetek a v mnoha případech se těmito lidem podařilo z chudoby uniknout. Úspěch v mikrofinancích přiměl tradiční poskytovatele úvěrů k tomu, aby adresáty mikroúvěrů posuzovali alespoň jako „*presolventní*“. Mikroúvěry v současné době získávají stále více na oblibě a mnoho (i tradičních) finančních organizací o nich uvažuje jako o zdrojích možného budoucího růstu. Ohniskem pozornosti mikroúvěrových organizací se celosvětově staly ženy. Důvodem je zjištění, že úvěry poskytované ženám přinášejí častěji užitek celé její rodině, než je tomu u úvěrů poskytovaných mužům. Dále se ukazuje, že pokud ženy zodpovědně zacházejí se získanými prostředky, tak to zvyšuje jejich sociálně-ekonomický status, a to je chápáno jako pozitivní změna v současných genderových vztazích. Mnoho organizací provádějících mikroúvěrování se zcela zaměřilo na poskytování úvěrů ženám. Mezi ně patří např. Pro Mujer a NamasteDirect nebo česká Electronic Loan Exchange Network (myELEN) nebo také organizace Grameen Foundation. Bývalý generální tajemník OSN Kofi Annan a Hillary

Clintonová při debatách o mikroúvěrech vždy zdůrazňuje ženskou část populace. Koncept mikroúvěrů se objevil již na začátku 19. století v dílech právního teoretika a abolicionisty (tj. příslušník hnutí za zrušení otroctví) Lysandera Spoonera, který psal o přínosech drobných půjček pro podnikatelské aktivity chudých lidí jako o způsobu, jak z chudoby uniknout. Podobné náznaky můžeme najít i v některých složkách Marshallova plánu na konci 2. světové války. Oficiálně jsou mikroúvěry spojené se 70. léty 20. století a organizacemi, které tehdy začaly s jejich poskytováním. Zakladatel Východopakistánské akademie pro rozvoj venkova (nyní Bangladéšské) dr. Akhter Hameed Khan představil v r. 1959 revoluční myšlenku týkající se mikroúvěrů (mikrofinancování), čímž dal naději miliardám strádajících nebo chudých lidí. Gina Neffová z deníku *Left Business Observer* kritizovala mikroúvěrové hnutí jako privatizaci veřejné sítě sociální podpory. Nadšení mezi politickými představiteli z mikroúvěrů jako nástroje pro odstranění chudoby by podle ní mohlo přispět ke škrtům výdajů v oblasti zdravotnictví, sociálních věcí a školství. Neffová zastává názor, že úspěch modelu mikroúvěrů byl posouzen pouze dle dopadů na dlužníky, věřitelské organizace podle ní nemají moc velkou perspektivu (zvláště oblasti úrokových sazeb, finanční životaschopnosti apod.). Např. vysoké úrokové sazby, které nabízí Grameen Bank, neodrážejí počet žen, které jsou opakovanými dlužníky. Kritizuje i to, že se tak stávají závislými na objemu úvěrů, které jsou poskytovány na výdaje domácností, místo aby odrážely objemy kapitálových investic. Studie týkající se mikroúvěrů dále prokázaly na to, že i když si od banky půjčí žena, tak často peníze utratí muž a žena se stává jen nositelkou úvěrového rizika. Důsledkem je mj. i to, že dlužníci se ocitají stranou běžných pracovních poměrů a jednají nelegálně.

2. Jednoduché úročení

Úročení je způsob započítávání úroku k zapůjčenému kapitálu. Vyjadřuje se úrokovou mírou (příp. sazbou). Úroková míra je reálné číslo, které se vztahuje k úrokovacímu období a vyjadřuje poměr úroku a kapitálu (tj. jde o úrok vyjádřený relativně z hodnoty kapitálu) za toto úrokovací období. Jednoduché úročení je základním typem úročení a používá se hlavně v případě uložení částky na dobu kratší než jeden rok. **Jednoduché úročení je takový způsob úročení, při kterém se úrok na konci každého úrokovacího období počítá stále z počátečního kapitálu (nebo jistiny).** Při tomto úročení se tedy úročí pouze počáteční kapitál, úroky se vyplácejí po skončení úrokovacího období a k počátečnímu (nebo základnímu) kapitálu (či k počáteční jistině) se nepřipočítávají, tj. vypočtené úroky se tudíž nepřipočítávají k peněžní částce a dále se neúročí. Nevznikají úroky z úroků a úroky jsou vypláceny po uplynutí úrokovacího období. *Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , potom úrok U_t z počáteční jistiny (nebo kapitálu) K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U_t = K_0 \cdot i \cdot t$.* Poznamenejme, že se úroková míra při předlhučním jednoduchém úročení často označuje I . Protože platí, že úroková míra $i = \frac{p}{100}$, kde p je úroková sazba (tj. úroková míra vyjádřená v procentech), a pro dobu splatnosti (nebo uložení) ve dnech d je $t = \frac{d}{360}$ (používáme-li evropský nebo americký nebo francouzský standard úročení) nebo $t = \frac{d}{365}$ nebo $t = \frac{d}{366}$ nebo $t = \frac{d}{365,25}$ (v anglických standardech úročení), potom je $U_t = K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{360}$ nebo $U_t = K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{365}$ nebo $U_t = K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{366}$ nebo také může být úrok $U_t = K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{365,25}$. Nejčastěji budeme používat vyjádření první, protože budeme používat evropský nebo francouzský standard, pokud nebude řečeno jinak. Uvádíme porovnání velikosti úvěru v jednotlivých standardech.

2. Jednoduché úročení (pokračování)

Ještě uvádíme porovnání velikosti úvěru v jednotlivých standardech.

Podle času placení úroků se úročení člení (jak jsme již uvedli) na:

- polhůtní** (nebo **dekurzivní**) **úročení** je takové úročení, kdy se úroky platí na konci úrokovacího období (používá se častěji a aplikuje se jak v jednoduchém, tak i složeném úročení),
- předlhuční** (nebo **anticipativní**) **úročení** je takové úročení, kdy se úroky platí na začátku úrokovacího období (prakticky se používá jen v jednoduchém úročení).

Pro polhůtní jednoduché úročení platí: je-li doba splatnosti (nebo uložení) v letech t , potom úrok U_t z počáteční jistiny (nebo současné hodnoty kapitálu, která se také někdy označuje **PV** z angl. *present value*) K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U_t = K_0 \cdot i \cdot t$, tedy hodnota jistiny K_t (nebo budoucí hodnoty kapitálu, která se také označuje **FV** z angl. *future value*) v čase t bude $K_t = K_0 + U_t = K_0 + K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot (1 + i \cdot t)$. Pro předlhuční jednoduché úročení platí: je-li doba splatnosti (nebo uložení) v letech t , potom úrok U_t z hodnoty jistiny (nebo budoucí hodnoty kapitálu, která se někdy také označuje **FV** z angl. *future value*) K_t za čas t s roční úrokovou mírou I je $U_t = K_t \cdot I \cdot t$, tedy před uplynutím doby t počáteční

hodnota jistiny K_0 (nebo současná hodnota kapitálu, která se někdy také označuje **PV** z angl. *present value*) bude $K_0 = K_t - U_t = K_t - K_t \cdot I \cdot t = K_t \cdot (1 - I \cdot t)$. Úrok je opět lineární funkcí času. Je potřebné si dostatečně dobře rozmyslet, že jak K_0 při polhůtním, tak i K_t při předlhůtním jednoduchém úročení představují z hlediska výpočtu úroku jednu a tutéž částku, o které se hovoří v definici úroku.

Polhůtní jednoduché úročení je způsob započítávání úroku ke kapitálu, tzn. jde o postup, kdy jsou úročeny (přepočítány a sečteny) současné hodnoty investice **PV** v jednotlivých obdobích na budoucí výnosy **FV** (zisky nebo peníze nebo peněžní toky) s použitím úrokové míry (resp. sazby).

Předlhůtní jednoduché úročení je postup, kdy jsou přepočítány a sečteny budoucí výnosy **FV** (zisky nebo peníze nebo peněžní toky) v jednotlivých obdobích na současnou hodnotu investice **PV** s použitím úrokové míry (resp. sazby).

2.1 Polhůtní jednoduché úročení

Polhůtní (nebo dekurzivní) úročení je takové úročení, kdy se úroky platí na konci úrokovacího období (používá se častěji a aplikuje se jak v jednoduchém, tak i složeném úročení). Pro **polhůtní jednoduché úročení** platí: je-li doba splatnosti (nebo uložení) v letech t , potom úrok U_t z počáteční jistiny (nebo současné hodnoty kapitálu, která se také někdy označuje **PV** z angl. *present value*) K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U_t = K_0 \cdot i \cdot t$, tedy hodnota jistiny K_t (nebo budoucí hodnoty kapitálu, která se také někdy označuje **FV** z angl. *future value*) v čase t bude $K_t = K_0 + U_t = K_0 + K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot (1 + i \cdot t)$.

Z toho můžeme jednoduše odvodit, že dále platí:

a) počáteční jistina (nebo počáteční kapitál) je $K_0 = \frac{K_t}{1 + i \cdot t}$,

b) doba splatnosti (nebo úročení) v letech je $t = \frac{U_t}{K_0 \cdot i} = \frac{K_t - K_0}{K_0 \cdot i} = \frac{\frac{K_t}{K_0} - 1}{i}$,

c) roční úroková míra je $i = \frac{U_t}{K_0 \cdot t} = \frac{K_t - K_0}{K_0 \cdot t} = \frac{\frac{K_t}{K_0} - 1}{t}$.

2.1 Polhůtní jednoduché úročení (pokračování)

Diskont při polhůtním úročení (nazývaný také **bankovním diskontem** nebo **matematickým diskontem** nebo „**diskontem na sto**“) je $U_t = K_t - K_0 = K_0 \cdot i \cdot t = \frac{K_t \cdot i \cdot t}{1 + i \cdot t}$.

Diskont při polhůtním úročení se používá hlavně při nákupu vkladových listů a také při rozhodování o investičních variantách.

2.1.1 Úrokové číslo a úrokový dělitel

Pro polhůtní jednoduché úročení je: jestliže doba splatnosti v letech je t , potom úrok U z počáteční jistiny K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U = K_0 \cdot i \cdot t$. Jestliže úroková míra $i = \frac{p}{100}$, kde p je úroková sazba, a pro dobu splatnosti ve dnech d při použití $\frac{ACT}{360}$ (lze užít i další standardy) je $t = \frac{d}{360}$,

potom dostáváme po dosazení $U = K_0 \cdot i \cdot t = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{360} = \frac{K_0 \cdot d \cdot p}{36\,000} = \frac{K_0 \cdot d \cdot p}{100 \cdot 360}$.

Z toho vyplývá

$$\text{buď } U = K_0 \cdot d \cdot \frac{p}{36\,000} = \frac{K_0 \cdot d}{\frac{36\,000}{p}} = \frac{UC_1}{UD_1}, \text{ nebo } U = \frac{K_0 \cdot d}{100} \cdot \frac{p}{360} = \frac{\frac{K_0 \cdot d}{100}}{\frac{360}{p}} = \frac{UC_2}{UD_2},$$

kde $UC_1 = K_0 \cdot d$ (resp. $UC_2 = \frac{K_0 \cdot d}{100}$) je úrokové číslo 1. (resp. 2.) druhu a

$$UD_1 = \frac{36\,000}{p} \text{ (resp. } UD_2 = \frac{360}{p}) \text{ je úrokový dělitel 1. (resp. 2.) druhu.}$$

$$\text{Tedy } U = \frac{UC_1}{UD_1} = \frac{UC_2}{UD_2}, \text{ kde } UC_1 = K_0 \cdot d, UC_2 = \frac{K_0 \cdot d}{100}, UD_1 = \frac{36\,000}{p} \text{ a } UD_2 = \frac{360}{p}.$$

2.2 Předlhuční jednoduché úročení

Jednoduché úročení je základním typem úročení a používá se při úročení na dobu kratší než jeden rok (tzn. v tomto případě jde o področní úročení). Předlhuční (nebo anticipativní) úročení je takové úročení, kdy se úroky platí na začátku úrokovacího období (prakticky se používá jen v jednoduchém úročení). Pro **předlhuční jednoduché úročení** platí: je-li doba splatnosti (nebo uložení) v letech t , potom úrok U_t z hodnoty jistiny (nebo budoucí hodnoty kapitálu, která se také označuje **FV** z angl. *future value*) K_t v čase t s roční úrokovou mírou I je $U_t = K_t \cdot I \cdot t$, tedy před uplynutím doby t počáteční hodnota jistiny K_0 (nebo současná hodnota kapitálu, která se také označuje **PV** z angl. *present value*) bude

$$K_0 = K_t - U_t = K_t - K_t \cdot I \cdot t = K_t \cdot (1 - I \cdot t) \text{ a } U_t = K_t - K_0.$$

Úrok je opět lineární funkcí času jako u polhůtního jednoduchého úročení.

Víme, že v předlhučním jednoduchém úročení platí: je-li doba splatnosti (nebo uložení) v letech t , hodnota jistiny K_t v čase t a roční úroková míra I , potom pro úrok z jistiny (nebo kapitálu) v čase t je $U_t = K_t - K_0 = K_t \cdot I \cdot t$ a

$$\text{počáteční hodnota jistiny je } K_0 = K_t - U_t = K_t - K_t \cdot I \cdot t = K_t \cdot (1 - I \cdot t).$$

Z toho můžeme jednoduše odvodit, že dále platí:

$$\text{a) budoucí hodnota jistiny } K_t \text{ v čase } t \text{ je } K_t = \frac{K_0}{1 - I \cdot t}, \text{ tj. také } U_t = \frac{K_0 \cdot I \cdot t}{1 - I \cdot t},$$

$$\text{b) doba splatnosti (nebo úročení) v letech je } t = \frac{U_t}{K_t \cdot I} = \frac{K_t - K_0}{K_t \cdot I} = \frac{1 - \frac{K_0}{K_t}}{I},$$

$$\text{c) roční úroková míra je } I = \frac{U_t}{K_t \cdot t} = \frac{K_t - K_0}{K_t \cdot t} = \frac{1 - \frac{K_0}{K_t}}{t}.$$

2.2 Předlhuční jednoduché úročení (pokračování)

Jednoduchá úroková míra polhůtní ekvivalentní předlhuční jednoduché úrokové míře je polhůtní jednoduchá úroková míra, která zajistí stejné podmínky jako při jednoduchém úročení předlhučním. **Jednoduchá úroková míra předlhuční ekvivalentní polhůtní jednoduché úrokové míře** je předlhuční jednoduchá úroková míra, která zajistí stejné podmínky jako při jednoduchém úročení polhůtním.

$$\text{Při polhůtním jednoduchém úročení platí: } K_t = K_0 \cdot (1 + i \cdot t).$$

$$\text{Při předlhučním jednoduchém úročení platí: } K_t = \frac{K_0}{1 - I \cdot t}.$$

$$\text{Pro } t = 1 \text{ je } K_1 = K_0 \cdot (1 + i \cdot 1) = K_0 \cdot (1 + i) \text{ a } K_1 = \frac{K_0}{1 - I \cdot 1} = \frac{K_0}{1 - I}.$$

Diskont při předlhučném úročení (nazývaný také **obchodnickým diskontem** nebo „**diskontem ze sta**“) je $U_t = K_t - K_0 = K_t \cdot I \cdot t = \frac{K_0 \cdot I \cdot t}{1 - I \cdot t}$.

Diskont je tedy úrok ode dne výplaty do dne splatnosti. Při zaplacení pohledávky banka nevyplatí věřiteli (klientovi) celou nominální hodnotu (budoucí hod-notu), ale hodnotu kapitálu sníženou o obchodnický diskont. Diskont při předlhučném úročení se používá hlavně při výpočtu okamžité hodnoty směnky. Vzhledem k tomu, že princip diskontu je shodný s placením úroku na počátku úrokovacího období, jde vlastně o předlhučnání úročení. Při používání obchodnického diskontu se současná hodnota (*PV*) také označuje K_{ob} , tj. platí: $K_{ob} = K_0$.

2.3 Směnka a její eskont

Jako krátkodobé cenné papíry se většinou označují cenné papíry, jejichž doba splatnosti nepřesahuje jeden rok. Pro krátkodobé cenné papíry bývá typické jednoduché úročení, obzvláště se používá diskontní princip. Obchoduje se s nimi na finančních trzích nazývaných většinou peněžními trhy (druhým typem finančních trhů jsou kapitálové trhy pro obchody s cennými papíry, které mají dobu splatnosti delší než jeden rok). Peněžní trh je složka finančního trhu, kde aktiva představují krátkodobé půjčky (s dobou splatnosti typicky do 13 měsíců a méně). Obchodování na peněžních trzích zahrnuje státní úvěry, obchodní směnky, (bankéřské) akceptační úvěry, depozitní certifikáty, federální fondy, krátkodobé hypotéky a jiné aktivity ručené smenkou. Peněžní trh obchoduje prostřednictvím krátkodobých finančních nástrojů, běžně nazývaných cenné papíry nebo pouze papíry. Peněžní trh zajišťuje likviditu financování pro globální finanční systém. Směnka je cenný papír vydaný v zákonem stanovené formě obsahující bezpodmínečný písemný závazek (příkaz) zapsaný v přesně určené formě poskytující majiteli směnky právo vyžadovat po určité osobě ve stanovené lhůtě a na určeném místě zaplacení peněžní sumy uvedené na směnce (tzv. *směnečnou částku*). Směnka má tři základní funkce: platební, zajišťovací a úvěrovou. *Platební funkce směnky* znamená, že směnku lze použít jako platební prostředek. Majitel může směnku před okamžikem splatnosti prodat a získat tak peněžní prostředky. Směnka tedy v podstatě nahrazuje hotové peníze a umožňuje majiteli směnky ji proměnit v peníze. Je obchodovatelná na finančních trzích, přičemž může být na jiné osoby převedena rubopisem (*indosanci*) nebo postoupením pohledávky (*cesi*). *Zajišťovací funkce směnky* tkví v tom, že směnka může sloužit i jako zajištění peněžitého závazku a je možno ji uplatnit poté, co povinnost na základě původního peněžitého závazku nebyla splněna. Představuje kvalitnější závazek než obchodní smlouva, zvyhodňuje svého majitele proti jiným dlužníkům. *Úvěrová funkce směnky* praví, že směnka je nástrojem krátkodobých obchodních úvěrů (tj. poskytnutí zboží na dluh) a bankovních úvěrů (v tomto odstavci si uvedeme eskontní a akceptační úvěr). Uvedeme ještě další základní pojmy: *Výstavce směnky* je osoba, která směnku vystavila. *Směnečný dlužník* (také *směnečník* nebo *trasát*) je osoba, která má v rámci směnečného vztahu zaplatit. Do této pozice se dostává až po *akceptanci* směnky svým podpisem (tzv. podpis *akceptanta*).

Směnečný věřitel (také *majitel směnky* nebo *remitent* nebo *trasant*) je osoba, které má být v rámci směnečného vztahu zaplacen. Směnku lze převést ze současného majitele (*indosanta*) na nového majitele (*indosantáře*) *rubopisem* (*indosanci*, *žirováním*), který se zpravidla píše na

rub směnky a musí obsahovat podpis indosanta (směnka je ze zákona převoditelným cenným papírem). Tak může vzniknout celá řada postupných majitelů směnky, což je důvodem formulace „zaplatit na něčí řad“, která je běžná ve směnečné terminologii (rubopisem nelze převádět jediné směnky opatřené *rekta doložkou*). Indosant směnečně ručí každému pozdějšímu majiteli směnky v tom smyslu, že současný majitel směnky uplatňuje své požadavky v pořadí:

1. směnečný dlužník,
2. jednotliví majitelé směnky v pořadí od konce jejich řady,
3. výstavce směnky.

Ještě si uvedeme *úročení směnečné sumy*:

- a) nejčastěji je směnečná částka stanovena již s požadovaným úrokem nebo
- b) je uvedena *úroková doložka* (např. 2 000 000 Kč s roční úrokovou sazbou 15 %).

Eskont směnky je odkup směnky bankou před dobou její splatnosti, přičemž si banka sráží obchodnický diskont od eskontu do splatnosti směnky (příslušná diskontní míra – tj. předlhuční úroková míra – se nazývá *eskontní mírou*) včetně tzv. *eskontní provize*. Banka tak majiteli směnky poskytuje tzv. *eskontní úvěr*, který je obvykle výhodnější než jiné srovnatelné úvěry a má své některé zvláštnosti: úvěr splácí směnečný dlužník žadatele o eskont (při klasickém úvěru obvykle jako první platí žadatel o úvěr), když tento dlužník bance nezaplatí, obrací se banka podle rubopisu na předchozí majitele směnky až nakonec na výstavce směnky. Banka obvykle před převzetím směnky k eskontu prověřuje bonitu nejen směnečného dlužníka, ale i jednotlivých majitelů směnky a jejího výstavce. Nejčastěji se k eskontu přijímají cizí směnky na vlastní řad, které mají obchodní charakter.

Reeskont směnky je eskont směnky, kterou již eskontovala nějaká obchodní banka, centrální bankou (tj. u nás Českou národní bankou). Obchodní banka sice může ze směnky, kterou eskontovala, sama vymáhat v době splatnosti směnky příslušný dluh; často však směnku ihned po jejím převzetí k eskontu znovu eskontuje („reeskontuje“) u centrální banky, která potom nakonec dluh prostřednictvím reeskontující banky vymáhá (obchodní banky i po reeskontu směnečně ručí hned na druhém místě za směnečným dlužníkem).

Při výpočtu diskontu u směnek používáme obchodnický diskont $U_t = S \cdot I \cdot t$,

kde U_t je výše obchodního diskontu směnky (někdy se zapisuje také D_{ob}),

S je směnečná částka,

t je zbytková doba do splatnosti v letech (používá se nejvíce standard $\frac{ACT}{360}$),

I roční předlhuční úroková míra (nebo roční diskontní míra nebo roční eskontní míra).

Výši diskontované směnečné částky S_D , kterou banka vyplatí majiteli směnky, spočteme

$$S_D = S - U_t (= S - D_{ob}) = S - S \cdot I \cdot t = S \cdot (1 - I \cdot t)$$

2.3.1 Akceptační úvěr a depozitní směnka

Bankovní akcepty jsou specifickou formou spojení akceptačního úvěru a směnky cizí, vystavené příjemcem akceptačního úvěru (klientem banky) a akceptované (přijaté) bankou. Akceptační úvěr je jedním z typů úvěrů; podobá se eskontnímu úvěru. Akceptační úvěr je spojen se směnkou (zde se nazývá bankovním akceptem). Vystavení směnky a akcept směnky se řídí zákonem směnečným. Banka akceptuje směnku, kterou na ni vystaví její klient a to na částku a lhůtu dohodnutou v úvěrové smlouvě. Při poskytnutí úvěru banka akceptuje od svého klienta (příjemce úvěru) cizí směnku s jednou podmínkou, že klient musí stihnout složit peníze na pokrytí závazku bance před uplynutím lhůty (splatností směnky). Při dospělosti je směnka předložena k proplacení bance. Banka se stává hlavním směnečným dlužníkem. Převzetí směnečného závazku důvěryhodnou bankou (prodává své dobré jméno a tím směnku činí důvěryhodnější a obchodovatelnější) je považováno za záruku, která spolu se snadnou likviditou dělá z bankovního akceptu kvalitní cenný papír. Pokud transakce běží plynule (klient stihne složit peníze před splatností), nepotřebuje banka žádné peníze a mohla by akcepty prodávat neomezeně. Pokud klient nestihne termín a nesloží peníze, mění se úvěr závazkový na úvěr peněžní. Cena úvěru (akceptační provize a ostatní výlohy, např. poštovné) je nízká, protože si banka nemusí opatřovat provize. Z těchto důvodů se akceptační úvěr poskytuje pouze prvotřídním (tj. osvědčeným a bonitním) klientům (před poskytnutím úvěru banka důkladně klienta prověřuje a v případě potřeby vyžaduje i jištění). Akceptační úvěr slouží většinou k financování oběhu zboží ve vnitřním a zvláště v zahraničním obchodu, má jen krátkodobý charakter. Za poskytnutí úvěru si banka účtuje tzv. akceptační provizi. Takový úvěr je mnohem jistější, když ručí banka a nikoliv kupující.

Obchodním směnkám jsou příbuzné některé další cenné papíry, např. lze uvést:

a) *náložný list (konosament)* je cenný papír, který představuje závazek dopravce vydat náklad, na jehož hodnotu je tento cenný papír vystaven;

b) *skladový list* je cenný papír, který představuje závazek skladu vydat uskladněné zboží, na jehož hodnotu je tento cenný papír vystaven.

Factoring je odkup krátkodobých pohledávek specializovanou finanční institucí (samostatnou faktoringovou firmou, bankou apod.) za určitou (obvykle značnou) provizi, přičemž nejčastěji jde o pohledávky za zboží vyvezené do zahraničí. Na rozdíl od eskontu obchodní směnky, kdy vývozce zboží jako původní směnečný věřitel zůstává bankou, která eskontuje jeho směnku, postižitelný, je takový postih (regres) v případě faktoringu vyloučený: vývozce, který řádně splnil vývozní smlouvu, nemusí zajímat případné potíže faktoringové firmy s vymáháním pohledávek za jeho zboží.

Směnky lze rovněž využít jako formu finanční investice, tj. pro uložení peněz. V takovém případě investor kupuje směnku, aby se mu v době splatnosti proplacením směnky investovaná částka vrátila včetně určitého výnosu.

V praxi se můžeme setkat se směnkami, které se používají k investování finančních prostředků v podobě *depozitních směnek*. Tyto směnky emitují některé banky.

Depozitní směnka je krátkodobý převoditelný cenný papír, který slouží k jednorázovému uložení peněžních prostředků na libovolnou dobu splatnosti v rozmezí 7 dnů až 1 rok, s nímž je spojeno právo vlastníka tohoto cenného papíru požadovat zaplacení částky, která je na něm uvedena a k datu na něm uvedené-mu od banky, která jej vystavila. Jde o obchodní případ mezi klientem a bankou, kdy banka na základě složení peněžní částky na příslušný účet vystaví vlastní směnku a předá ji klientovi v souladu s písemně sjednanou dohodou.

2.4 Další krátkodobé cenné papíry

Pokladniční poukázka je krátkodobý cenný papír obchodovatelný na diskontním principu, který obvykle dávají do oběhu státní orgány (ministerstvo financí, centrální banka aj.) ke krytí deficitu státního rozpočtu. Pokladniční poukázky mají velkou likviditu (lze je rychle transformovat na hotové peníze na finančním trhu, protože jsou likvidní díky krátké době splatnosti) a jsou považovány vzhledem ke státní garanci za (téměř) bezrizikové cenné papíry. Na druhé straně je to i důvod, že nepřinášejí vysoké výnosy, což je někdy kompenzováno státem určitými daňovými úlevami. Stát obvykle vyrovná své závazky vůči stávajícím majitelům pokladničních poukázek tak, že emituje další poukázky. Velmi často centrální banka využívá pokladniční poukázky k regulaci množství peněz v oběhu: uváženou emisí poukázek může protiinflačně stáhnout část peněz z oběhu. Diskontní míry platné pro pokladniční poukázky obvykle leží na dolní hranici spektra úrokových měr daného státu, čímž lze částečně regulovat úrokovou strategii bank. Výnosnost tohoto cenného papíru se průběžně mění, důležité ovšem je, že na počátku každého období, je investor s vyšší výnosu seznámen. Aby se běžnému investorovi vyplatilo investovat do tohoto typu cenného papíru, musel by investovat alespoň 10 milionů. To je totiž částka, která již dokáže zajímavě zhodnotit vložený kapitál. Při výpočtech hodnot pokladničních poukázek používáme diskontní princip analogicky jako u smének, tj. používáme obchodnický diskont $U_t = S \cdot I \cdot t$, kde U_t je výše obchodnického diskontu pokladniční poukázky (někdy se zapisuje také D_{ob}), S je hodnota pokladniční poukázky, t je zbytková doba do splatnosti v letech (používá se nejvíce standard $\frac{ACT}{360}$), I roční předlhuční úroková míra (nebo roční diskontní míra), a vyšší diskontované hodnoty pokladniční poukázky S_D spočteme:

$$S_D = S - U_t (= S - D_{ob}) = S - S \cdot I \cdot t = S \cdot (1 - I \cdot t).$$

V České republice jsou tyto typy pokladničních poukázek:

a) *státní pokladniční poukázky (SPP)* – emitentem je ministerstvo financí ČR a jejich emisní cena na primárním trhu (tj. na trhu nově emitovaných cenných papírů na rozdíl od sekundárního trhu pro následné obchodování) se určuje v tzv. holandské aukci: nabídky na nákup SPP se seřadí podle velikosti nabízené diskontní míry od nejvýhodnějších z hlediska státu (tj. s nejvyšší diskontní mírou) a zájemci se postupně uspokojí až do případného vyčerpání celé emise s tím, že výsledná aukční cena se určí jednotně jako cena uspokojených nabídek s nejnižší diskontní mírou (zájemce tedy zaplatí nejvýše to, co nabídl, ale s možností krácení objemu původních požadavků); dříve před r. 1998 se pro SPP aplikovala americká aukce, kdy každý uspokojený zájemce zaplatil právě to, co nabídl;

b) *pokladniční poukázky České národní banky (PP ČNB)* – emitentem je ČNB a jejich emisní cena se opět určuje v holandské aukci.

V České republice:

- a) se většinou používají pokladniční poukázky s dobou splatnosti 28, 84 a 182 dní (tzn. 4, 12 a 26 týdnů) a nominální hodnotou 1 000 000 Kč;
- b) dluh emitenta pokladničních poukázek se v čase vyvíjí tzv. *rolováním*, kdy starý dluh za poukázky, které dospěly k datu splatnosti, je refinancován nově vydanými poukázkami;
- c) s pokladničními poukázkami lze obchodovat na trhu krátkodobých dluhopisů (zkráceně TKD) organizovaném Českou národní bankou, jehož účastníky jsou především velké banky.

V USA:

- a) jedním z hlavních nástrojů krátkodobé zadluženosti státu jsou státní pokladniční poukázky T-bills (Treasury Bills), které v USA patří k nerozšířenějším krátkodobým cenným papírům;
- b) Jejich nejčastější doby splatnosti jsou 91, 182, 273 a 365 dní a jejich nominální hodnoty se pohybují od 1 000 \$ do 1 000 000 \$.

2.4 Další krátkodobé cenné papíry (pokračování)

Skonto je sleva, kterou poskytuje prodávající kupujícímu v případě, že kupující zaplatí za zboží okamžitě nebo během dohodnuté krátké lhůty. Jestliže kupující této možnosti využije, pak vlastně prodávajícímu půjčí peníze, přičemž místo úroku obdrží zmíněné skonto. Skonto je formou peněžitého plnění. Výhodnost skonta je proto nutné posoudit tak, že se jeho velikost porovná s velikostí úroku, který může realizovat prodávající, když dostane zaplacené předčasně. Poskytnutí skonta je také nejčastější způsob zvýšení prodejnosti slevami. Skonto je také jedna z cest pro podpoření včasné úhrady od odběratele. Dodavateli umožňuje rychleji získat finance, které může znovu použít pro své podnikání. Skonto se vyjednává již při fakturaci. Jestliže je skonto jako cenová podmínka poskytnuto ihned při uskutečnění zdanitelného plnění (sleva za úhradu v hotovosti, sleva za odběr většího množství zboží), jde o snížení prodejní ceny zboží, a tedy snížení základu daně.

V praxi skonto má obvykle dvě podoby:

- a) jako cenová podmínka při určení fakturační ceny,
 - b) fakturuje se plná cena a slibuje se finanční zvýhodnění při předčasné (nebo včasné) úhradě.
- Např. platí-li zákazník zboží hotovostní platbou, dostává rovnou zboží za nižší cenu, nebo pokud je splatnost faktury stanovena např. na třicet dní a zákazník zaplatí již do čtrnácti dní, dostává finanční zvýhodnění např. 2 % z ceny. Výše skonta je zpravidla určena v procentech z prodejní ceny, nikoli vzhledem k roku (tj. p.a.) jako je tomu např. u úroku z eskontního úvěru.

2.4.1 Běžný účet

I když v tomto případě nejde o krátkodobé cenné papíry, je běžný účet a jeho vývoj typickým příkladem jednoduchého úročení v praxi. **Běžný účet** je účet, který vede banka pro svého klienta za účelem platebního styku. Běžný účet je jeden ze základních bankovních produktů, který stojí velmi často na začátku vzájemných vztahů mezi klientem a bankou. Umožňuje klientovi nepřetržitě provádět úložky a výběry peněz – buď přímo (tj. hotovostně), nebo příkazy k převodu (tj. bezhotovostně). Jak název účtu napovídá, běžný účet stále „běží“,

uzávěrky se většinou provádějí ve shodě s průběhem účetního období na konci kalendářního roku. Vztah mezi bankou a klientem uzávěrkou nezaniká. Při úročení kapitálu na běžném účtu zjevně pozbývá význam evropský standard (tj. $\frac{30E}{360}$) a nabývá na významu standard francouzský (tj. $\frac{ACT}{360}$). Nejprve si uvedeme speciální typ úvěru.

Kontokorentní úvěr – pokud banka připouští, aby stav běžného účtu vykazoval nejen kreditní (tj. kladný) zůstatek, ale také debetní (tj. záporný) zůstatek, označuje se takto čerpaný úvěr od banky jako kontokorentní úvěr.

V praxi bývá kontokorentní úvěr relativně drahý, jeho výhodou je ovšem pohodová dostupnost chybějících prostředků na účtu.

Běžné účty se dělí na dva základní typy:

- a) **kreditní účet** je běžný účet, který neumožňuje čerpat finanční prostředky z účtu, pokud na něm skutečně nejsou (tj. klientovi není povoleno, aby se při čerpání z účtu u banky zadlužil);
- b) **kontokorentní účet** (nebo také **kontokorent**) je běžný účet umožňující čerpat kontokorentní úvěr (obvykle do určité výše nazývané úvěrový rámec).

Z podstaty běžného účtu vyplývá, že výše zůstatku na něm se dosti často mění. Zvyšuje se úhradami přijatými ve prospěch účtu a naopak se snižuje provedením platebních příkazů k úhradě na vrub účtu. Na konci úrokovacího období banka také na běžný účet připíše úroky z částek, které na něm byly uloženy. Hlavními parametry kontokorentního úvěru jsou úvěrový limit (tj. maximální částka, kterou banka klientovi tímto způsobem půjčí), úroková sazba (tj. cena takto vypůjčených peněz) a poplatky za sjednání a vedení kontokorentního úvěru. U kontokorentních úvěrů není obvykle stanovena pevná splátka, klient je však povinen v určité době (zpravidla jeden rok) úvěr splatit, tedy se s účtem dostat „do plusu“. Poté smí opět kontokorentní úvěr čerpat dále, není-li smlouva o sjednání kontokorentním úvěru časově omezená. Kontokorentní úvěr je jedním z nejdůležitějších a nejběžnějších krátkodobých úvěrů. Výše úvěrového limitu patří mezi významná reklamní témata jednotlivých bank. Kontokorentní úvěr patří mezi neúčelové a nezajištěné úvěry. Proto s ním bývá spojena vyšší úroková sazba a někdy se platí i určitý poplatek z nevyužité částky přečerpaní účtu. Mohou ho používat jak klienti (tj. fyzické osoby), tak i podnikatelé na svých firemních běžných účtech.

U obou typů běžných účtů se můžeme setkat s řadou různých smluvních modifikací, které se týkají bonifikací a penalizací v oblasti úrokové míry. Bonifikace samozřejmě nastává při vyšších uložených částkách na účtu, penalizace naopak při vyšším dluhu klienta. Tak se může stát, že u jednoho běžného účtu pracuje banka se čtyřmi úrokovými sazbami v průběhu jednoho účetního období. Při výpočtech se nutně musí kumulovat úroková čísla odděleně podle úrokové míry, která pro ně platí. Nejprve budeme úročit kreditní účet (některé příklady již byly v části 2.1.1).

Úročili jsme kreditní účet užitím úrokových čísel. Je vhodné si uvědomit, jak banky úročí běžné účty užitím úrokových čísel a dělitelů (ve všech příkladech a způsobech budeme používat úroková čísla a úrokové dělitele 2. druhu). Jak ukazují oba dva příklady, je možné použít úroková čísla různým způsobem. Pro výpočet úroků na běžných účtech se v průběhu času vyvinuly tři různé postupy:

1. způsob (nazývá se také **postupným** nebo **německým**): Při postupném způsobu vedení běžného účtu se při výpočtu úroků vypočte úrokové číslo z každé změny od data změny do konce účetního období (den provedení operace banka většinou nezapočítává). Výši vkladu (resp. výběru) označí-me K se znaméním $+$ (resp. $-$). Úrokové číslo (zn. UC) při zvýšení stavu běžného účtu (tj. vkladové) má znamení $+$ a úrokové číslo při snížení stavu běžného účtu (tj. výběrové) má znamení $-$. Součet úrokových čísel za celé období se dělí úrokovým dělitelem (úroková sazba za celé období je stejná).

2.4.1 Běžný účet (1. pokračování)

Postupný (nebo německý) způsob je vhodný pro účty s jedinou úrokovou sazbou (tj. hlavně pro kreditní účty).

2. způsob (nazývá se také **zůstatkovým** nebo **anglickým**): Při zůstatkovém způsobu vedení běžného účtu se úroky vypočtou vždy za dobu, kdy se stav účtu nemění. Úrokové číslo se vypočte z výše zůstatku na účtu a počtu dní, po kterou zůstala tato výše nezměněna (den provedení změny na účtu banka většinou nezapočítává). Úrokové číslo (označuje se UC) při kladném zůstatku běžného účtu má znamení $+$ a úrokové číslo při záporném zůstatku běžného účtu má znamení $-$. Úroková čísla se stejnou úrokovou sazbou se sečtou a vydělí příslušným úrokovým dělitelem. V závěru účetního období se takto vypočtené úroky za jednotlivá období stejného zůstatku sečtou. Tak získáme úrok, který se na konci účetního období připočte k zůstatku běžného účtu. Zůstatkový (nebo anglický) způsob je vhodný pro všechny typy účtů, zvláště je výhodné jeho použití pro kontokorentní účet.

3. způsob (nazývá se také **zpětným** nebo **francouzským**): Vedeme-li účet zpětným způsobem, je nutné nejprve zvolit počáteční datum, které se nazývá epochou (např. 1.1. běžného roku). Úroková čísla se vypočítávají z každé změny od data epochy do data změny. Úroková čísla při zvýšení stavu běžného účtu mají znamení $-$ a úroková čísla při zmenšení stavu běžného účtu mají znamení $+$. Dále se vypočte úrokové číslo z konečného zůstatku účtu od data epochy do konce účetního období. Součet všech úrokových čísel se na konci účetního období vydělí úrokovým dělitelem (úroková sazba za celé období je stejná). Podobně jako postupný (nebo německý) způsob je zpětný (nebo francouzský) způsob vhodný pro účty s jedinou úrokovou sazbou (tj. hlavně pro kreditní účty).

2.4.1 Běžný účet (2. pokračování)

Zde řešíme příklady.

2.4.1 Běžný účet (3. pokračování)

Úročili jsme kreditní účet užitím úrokových čísel (přesněji postupným, zůstatkovým a zpětným způsobem). V praxi si za vedení běžného (tedy i kreditního) účtu banka započítává určitý poplatek. V případě úročení kontokorentního účtu je postup složitější (používá se zpravidla zůstatkový způsob):

- a) přičítají se kreditní úroky (tj. úroky z kladných zůstatků) pro majitele účtu;
- b) odčítají se úroky a poplatky pro banku:
 - i) debetní úroky (tj. úroky ze záporných zůstatků);

ii) provize za překročení úvěrového rámce (maximální výše kontokorentu je dána dohodnutým úvěrovým rámcem, za jeho překročení si účtuje banka dodatečné úroky jako sankci);

iii) pohotovostní provize za nevyužitý úvěrový rámec (úroky z nevyčerpané části úvěrového rámce);

iv) poplatek za vedení účtu.

2.4.1 Běžný účet (4. pokračování)

Zde opět řešíme příklady.

Kromě běžných účtů kreditních i kontokorentních existuje celá řada dalších forem vkladů (depozit) např.:

a) sporožirový účet;

b) vkladní knížka (příp. prémiové spoření, s výpovědní lhůtou);

c) termínovaný vklad na dobu určitou (doba trvání se pohybuje od jednoho dne do několika let);

d) termínovaný vklad s výpovědní lhůtou;

e) konto (např. bankovní, osobní, termínované).

3. Složené úročení

Úročení je způsob započítávání úroku k zapůjčenému kapitálu. Vyjadřuje se úrokovou mírou (příp. sazbou). Úroková míra je reálné číslo, které se vztahuje k úrokovacímu období a vyjadřuje poměr úroku a kapitálu (tj. jde o úrok vyjádřený relativně z hodnoty kapitálu) za toto úrokovací období. Naše dosavadní výpočty úroků vycházely z toho, že úroky rostou lineárně, tzn. počítají se stále ze stejného základu. Složené úročení je takový způsob úročení, při kterém se úroky na konci každého úrokovacího období připočítávají k původnímu kapitálu (nebo jistině) a v následujícím úrokovacím období jako základ pro výpočet úroku se vezme hodnota kapitálu (nebo jistiny) zvýšená o úrok. Složené úročení (podobně jako jednoduché) můžeme rozdělit podle toho, kdy se platí úrok: na složené úročení předlhůtní a polhůtní. Předlhůtní složené úročení se podobá se předlhůtnímu jednoduchému úročení, kdy úroky se vyplácejí hned v okamžiku poskytnutí kapitálu. Předlhůtní složené úročení se v praxi nevyužívá a existuje pouze teoreticky. Protože nejsou známy aplikace předlhůtního složeného úročení, nebudeme se jím zabývat. Úrokovací období je převážně roční (terminologie není zcela jednoznačná, často se používá vyjádření roční úrokovací období např. s měsíčním skládáním úroků, což znamená, že úrokovací období je jeden měsíc) a doba splatnosti je t let, kde t je kladné přirozené číslo. Vzhledem k tomu, že se budeme zabývat pouze polhůtním složeným úročením, tak budeme uvažovat, že úroky jsou připisovány polhůtně, tzn. vždy na konci roku (příp. úrokovacího období). Jak jsme uvedli, předpokládáme, že úrokovací období je převážně roční, tudíž i doba splatnosti je t let, kde t je kladné přirozené číslo, tj. kapitál (nebo jistina) je uložen po dobu t let.

Pro složené úročení platí: *Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , potom úrok U_t z počáteční jistiny (nebo kapitálu) K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U_t = K_t - K_0$, kde K_t je jistina (nebo kapitál) v čase t , přičemž platí:*

pro všechna t je pravdivá implikace $t \in N_0 \implies K_{t+1} = K_t + K_t \cdot i = K_t \cdot (1 + i)$

(nebo $t \in N \implies K_t = K_{t-1} + K_{t-1} \cdot i = K_{t-1} \cdot (1 + i)$).

Složené úročení se využívá u dlouhodobých úvěrů a cenných papírů, pokud kapitál je poskytnut a splacen přesně na konci roku, ale také i v mnoha dalších aplikacích.

Budoucí hodnota kapitálu ve složeném úročení roste exponenciálně (na rozdíl od jednoduchého úročení, kde roste lineárně).

Jak jsme si uvedli, pro finanční vztahy větší délky trvání se zpravidla používá polhůtní složené úročení. V pravidelných úrokovacích obdobích se úrok připisuje k úročenému kapitálu a s ním se v dalších obdobích úročí.

Pro úrokovací období je určena úroková míra i , která je v každém úrokovacím období stejná. Sledujeme-li vývoj kapitálu (nebo jistiny) v čase při polhůtním složeném úročení, na počátku vztahu vložíme počáteční kapitál (nebo současnou hodnotu jistiny) K_0 , který úročíme pouze úrokovou mírou i , ale jiným způsobem s jistinou nemanipulujeme.

Pro jedno úrokovací období použijeme výpočet úroku pro polhůtní jednoduché úročení (tj. je-li $t \in N$, potom $K_t = K_{t-1} + K_{t-1} \cdot i = K_{t-1} \cdot (1 + i)$).

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je $t \in N$ a počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , potom pro jistinu (nebo kapitál) K_t v čase t platí:

$$K_t = K_{t-1} + K_{t-1} \cdot i = K_{t-1} \cdot (1 + i) = K_0 \cdot (1 + i)^t.$$

Protože úročitel (nebo úrokovací faktor) je $q = 1 + i$, můžeme předcházející vztah přepsat: jestliže $t \in N$, potom $K_t = K_0 \cdot q^t$.

Z toho dostáváme:

úrok U_t z počáteční jistiny (nebo kapitálu) K_0 za čas t s roční úrokovou mírou i je $U_t = K_t - K_0 = K_0 \cdot q^t - K_0 = K_0 \cdot (q^t - 1) = K_0 \cdot ((1 + i)^t - 1)$.

Nyní se věnujme „návratu v čase“ od kapitálu K_t ke kapitálu K_0 .

Určitě platí: $K_0 = \frac{K_t}{q^t} = \frac{K_t}{(1+i)^t} = K_t \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^t$.

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je $t \in N$, roční úroková míra je i ($q = 1 + i$ je úročitel) a počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , potom

a) pro jistinu (nebo kapitál) K_t v čase t platí: $K_t = K_0 \cdot (1 + i)^t = K_0 \cdot q^t$,

b) úrok U_t z K_0 za čas t je: $U_t = K_t - K_0 = K_0 \cdot (q^t - 1) = K_0 \cdot ((1 + i)^t - 1)$,

c) $K_0 = \frac{K_t}{(1+i)^t} = \frac{K_t}{q^t}$,

d) $q = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}}$ a $i = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1$,

e) $t = \frac{\ln K_t - \ln K_0}{\ln(1+i)} = \frac{\log K_t - \log K_0}{\log(1+i)}$.

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je $t \in N$ a počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , potom pro jistinu (nebo kapitál) K_t v čase t platí:

$K_t = K_0 \cdot (1 + i)^t$, protože úročitel (nebo úrokovací faktor) je $q = 1 + i$, můžeme předcházející vztah přepsat: jestliže $t \in N$, potom $K_t = K_0 \cdot q^t$.

Nyní se opět budeme věnovat „návratu v čase“ od kapitálu K_t ke kapitálu K_0 .

Určitě platí: $K_0 = \frac{K_t}{q^t} = \frac{K_t}{(1+i)^t} = K_t \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^t = K_t \cdot \left(\frac{1}{q}\right)^t$,

označíme-li $v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{q}$, potom platí $K_0 = K_t \cdot v^t$, přičemž číslo v nazveme **odúročitelem** (nebo **diskontním faktorem**).

Odúročitel (nebo diskontní faktor) je kvocient geometrické posloupnosti, vyjadřuje rychlost klesání kapitálu v čase.

3. Složené úročení (1. pokračování)

Jestliže doba splatnosti v letech je $t \in N$, roční úroková míra i (a roční úroková sazba p , tj. $i = \frac{p}{100}$), úročitel je $q = 1 + i = 1 + \frac{p}{100}$, počáteční jistina je K_0 a K_t je jistina v čase t ,

potom určitě platí:

$$K_0 = \frac{K_t}{q^t} = \frac{K_t}{(1+i)^t} = K_t \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^t = K_t \cdot \left(\frac{1}{q}\right)^t = K_t \cdot q^{-t}, \quad q = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}}, \quad i = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1 \text{ a}$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{K_t}{K_0}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln K_t - \ln K_0}{\ln(1+i)} = \frac{\log K_t - \log K_0}{\log(1+i)}$$

(k tomu poznamenejme, že stejný výsledek obdržíme i použijeme-li funkce logaritmus se základem a , kde $a \in (0, 1) \cup (1, \infty)$).

Jestliže doba splatnosti v letech je $t \in N$ a počáteční jistina je K_0 ,

potom pro jistinu K_t v čase t platí: $K_t = K_0 \cdot (1+i)^t$.

Označíme-li $v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{q}$, potom platí $K_0 = K_t \cdot v^t$, přičemž číslo v nazveme odúročitelem (nebo diskontním faktorem).

Označíme-li $d = 1 - v$, potom je $d = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i} = i \cdot \frac{1}{1+i} = i \cdot v$ a d nazveme **roční složenou diskontní mírou** (samozřejmě vyjádřenou jako desetinné číslo).

Určitě platí: $K_0 = \frac{K_t}{q^t} = \frac{K_t}{(1+i)^t} = K_t \cdot v^t = K_t \cdot (1-d)^t$.

Je vhodné si uvědomit významný rozdíl mezi jednoduchým diskontováním,

kde platí: $K_0 = K_t \cdot (1 - I \cdot t)$,

a složeným diskontováním,

kde platí: $K_0 = K_t \cdot (1 - d)^t$.

3. Složené úročení (2. pokračování)

V praxi se někdy při orientačních úvahách používají jednoduchá výpočetní pravidla pro přibližné určení počtu let (příp. počtu úrokovacích období) t potřebných ke zdvojnásobení (resp. ztrojnásobení) základu při roční úrokové sazbě p :

a) pravidlo 69 – přibližný počet let t pro zdvojnásobení základu je $t \doteq \frac{69}{p} + 0,35$;

b) pravidlo 72 – přibližný počet let t pro zdvojnásobení základu je $t \doteq \frac{72}{p}$;

c) pravidlo 110 – přibližný počet let t pro ztrojnásobení základu je $t \doteq \frac{110}{p} + 0,52$.

Úročení je způsob započítávání úroku k zapůjčenému kapitálu. Vyjadřuje se úrokovou mírou (příp. sazbou). Úroková míra je reálné číslo, které se vztahuje k úrokovacímu období a vyjadřuje poměr úroku a kapitálu (tj. jde o úrok vyjádřený relativně z hodnoty kapitálu) za toto úrokovací období. Kombinované (nebo také smíšené) úročení se používá v případech, kdy úrokovací dobu t tvoří několik celých úrokovacích období a ještě část úrokovacího období na začátku nebo na konci úrokovací doby (např. se spoří rok a půl). Pokud je doba úročení celé číslo, jde o složené úročení. Ovšem samotné kombinované úročení není novým typem úročení, ale jde pouze o kombinaci jednoduchého a složeného úročení.

Tedy kombinované (nebo smíšené) úročení vzniká smíšením jednoduchého a složeného úročení, přičemž jednoduché úročení se týká prvního a posledního neúplného roku.

Porovnáme-li vývoj splatné částky při jednoduchém a složeném úročení, potom je zřejmé, že z hlediska věřitele je výhodnější používat pro $t < 1$ jednoduché úročení, zatímco pro $t > 1$ složené úročení, což se realizuje právě při kombinovaném (smíšeném) úročení. Začínáme-li úročit v průběhu roku, je třeba nejprve jednoduché úročení na spočtení částky úroku do konce roku, poté pokračovat úročením složeným za celá léta a ukončit výpočet úroku získaného předchozími výpočty úročením jednoduchým za část roku na konci celé doby.

Shrňme-li, pravidlo použití je jednoduché:

- a) za dobu kratší než jeden rok se užívá jednoduché úročení (tj. uvnitř jednotlivých úrokových období se úročí podle principu jednoduchého úročení);
- b) za celá léta složené úročení (při přechodu do následujícího úrokovacího období se úroky za končící úrokovací období připsají k jistině a s tou se dále úročí).

Je třeba si uvědomit, že úroky se připisují většinou na konci roku (úrokovací období v praxi totiž často není stanoveno pouze svou délkou, ale také „přesným umístěním“ do kalendáře, např. úrokovací období „jeden rok“ bývá dáno jednoznačně od 1.1. daného roku do 31.12. téhož roku).

Např. vklad uložený na vkladní knížce po dobu tří měsíců se úročí v případě, že

- a) je uložen od 1.5. do 31.8. (přesně 123 dní), jednoduchým úročením,
- b) je uložen od 1.10. do 31.1. (přesně 123 dní), kombinovaným úročením.

Kombinované úročení se používá bez ohledu na pravidelnost plateb (jak vzhledem k času, tak i vzhledem k výši plateb). Při pravidelných platbách můžeme použít při výpočtech některá zjednodušení, která urychlí výpočet.

Toto úročení je v praxi pravděpodobně nejčastěji užívaný způsob úročení.

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , kde $t \in (0, \infty)$, počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , jistina (nebo kapitál) v čase t je K_t , potom

$$K_t = K_0 \cdot (1 + t_1 \cdot i) \cdot (1 + i)^t \cdot (1 + t_2 \cdot i),$$

přičemž

i je roční úroková míra a

$$t = t_1 + n + t_2,$$

kde n je počet ročních úrokových období ($n \in N_0$),

t_1 je neúplná část prvního ročního úrokovacího období ($0 \leq t_1 < 1$) a

t_2 je neúplná část posledního ročního úrokovacího období ($0 \leq t_2 < 1$).

3.1 Področní složené úročení

Úročení je způsob započítávání úroku k zapůjčenému kapitálu. Vyjadřuje se úrokovou mírou (příp. sazbou). Úroková míra je reálné číslo, které se vztahuje k úrokovacímu období a

vyjadřuje poměr úroku a kapitálu (tj. jde o úrok vyjádřený relativně z hodnoty kapitálu) za toto úrokovací období. Výpočty úroků při použití jednoduchého úročení vycházely z toho, že úroky rostou lineárně, tzn. počítají se stále ze stejného základu.

Složené úročení je takový způsob úročení, při kterém se úroky na konci každého úrokovacího období připočítávají k původnímu kapitálu (nebo jistině) a v následujícím úrokovacím období jako základ pro výpočet úroku se vezme hodnota kapitálu (nebo jistiny) zvýšená o úrok.

Področní složené úročení je složené úročení, při němž se úroky připisují m -krát ročně, kde $m \in \mathbb{N}$.

Nominální úroková míra je roční úroková míra j uváděná při področním úročení. Vztahuje se k ročnímu úrokovacímu období, přestože složené úročení se ve skutečnosti provádí přes úrokovací období délky $\frac{1}{m}$ roku s použitím úrokové míry $\frac{j}{m}$.

Nominální úrokové míry (resp. sazby) jsou úrokové míry (resp. sazby) uváděné explicitně ve smlouvách o úvěru (resp. vkladu) u sazebních bank, v nabídkách bankovních produktů nebo na cenných papírech (např. směnečná částka na směnce). U nominální úrokové míry není zohledněna inflace. Poznamenejme, že nominální úrokové míry jsou míry uváděné také v reklamách na spoření či půjčky (výše nominální úrokové míry u spoření i u půjček patří mezi významná reklamní témata jednotlivých finančních ústavů). Na rozdíl od nominální úrokové míry reálné úrokové míry jsou míry, které ukazují, jak se změní kupní síla vložených nebo půjčených peněz. Reálné úrokové míry se počítají tak, že se od nominálních úrokových měr odečte míra inflace.

Jestliže doba splatnosti v m -tinách roku je t , kde $t \in \mathbb{N}$, počáteční jistina (nebo kapitál nebo základ) je K_0 , jistina (nebo kapitál nebo splatná částka) v čase t je K_t , potom $K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m + k}$,

přičemž

j je roční úroková míra a

$$t = n \cdot m + k,$$

kde n je celý počet let úročení ($n \in \mathbb{N}_0$),

m je frekvence úročení ($m \in \mathbb{N}$) a

k je počet m -tin posledního roku úročení (tj. $0 \leq k < m$).

3.1 Področní složené úročení (1. pokračování)

Jestliže j je nominální úroková míra při úročení prováděném m -krát ročně, kde $m \in \mathbb{N}$,

*potom i_{ef} je **efektivní úroková míra** (angl. *effective interest rate*),*

jestliže i_{ef} je roční úroková míra, která za jeden rok dává stejnou splatnou částku jako

$$\text{nominální úroková míra } j, \text{ tj. } K_0 \cdot (1 + i_{ef}) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m,$$

$$\text{což je ekvivalentní } 1 + i_{ef} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m \text{ nebo } i_{ef} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1.$$

Efektivní úroková sazba je efektivní úroková míra vyjádřená v procentech.

Někdy se jako efektivní úroková míra uvádí úroková míra snižená o daň z úroku (zde je vhodnější použít termín čistá úroková míra) nebo se jako efektivní úroková míra uvádí nominální úroková míra snižená o roční míru inflace (zde je zřejmě vhodnější termín reálná úroková míra).

Také se někdy efektivní úroková míra (resp. sazba) nazývá ekvivalentní úroková míra (resp. sazba).

Efektivní úroková míra reprezentuje roční úrokový výnos z částky 1 Kč připsaný jednorázově na konci roku.

Efektivní úrokové míry jsou uměle vypočtené úrokové míry, které se používají k porovnání různých nominálních úrokových měr, protože tyto míry se mohou lišit nejen svou absolutní velikostí, ale také frekvencí úročení (nebo délkou úrokovacího období).

Jestliže j je nominální úroková míra při úročení prováděném m -krát ročně ($m \in \mathbb{N}$) a i_{ef} je efektivní úroková míra, potom $i_{ef} \geq j$, přičemž $i_{ef} = j$ právě tehdy, jestliže $m = 1$ (nebo ekvivalentně: $i_{ef} > j$ právě tehdy, jestliže $m > 1$).

Roste-li pro pevné j frekvence úročení m , potom také roste i_{ef} .

Teď se budeme zabývat výpočtem základu K_0 ze splatné částky K_t , tj. budeme se věnovat podrobnému složenému diskontování.

Jestliže doba splatnosti v m -tinách roku je t , kde $t \in \mathbb{N}$, počáteční jistina (nebo kapitál nebo základ) je K_0 , jistina (nebo kapitál nebo splatná částka) v čase t je K_t ,

$$\text{potom } K_0 = \frac{K_t}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^t} = \frac{K_t}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m + k}},$$

přičemž

j je roční nominální úroková míra a

$$t = n \cdot m + k,$$

kde n je celý počet let úročení ($n \in \mathbb{N}_0$),

m je frekvence úročení ($m \in \mathbb{N}$) a

k je počet m -tin posledního roku úročení (tj. $0 \leq k < m$).

3.1 Podrobné složené úročení (2. pokračování)

Jestliže doba splatnosti v letech je t , kde $t \in (0, \infty)$, počáteční jistina (nebo kapitál nebo základ) je K_0 , jistina (nebo kapitál nebo splatná částka) v čase t je K_t , potom $K_t = K_0 \cdot e^{j \cdot t}$,

přičemž

j je roční nominální úroková míra a

e je Eulerovo číslo (mj. jde o základ funkce přirozený logaritmus).

Eulerovo číslo je definováno jako

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m, \text{ tj. } \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m = e.$$

Platí:

e je iracionální číslo,

$$e \doteq 2,718281828459045235360287471352662497757 \dots$$

Někdy se místo e^x píše $\exp(x)$ (speciálně v případě složitějších exponentů).

Čím častěji jsou připisovány úroky (resp. čím je kratší úrokovací období), tím je to pro věřitele výhodnější. Lze např. uplatnit úrok denní, hodinový, minutový, vteřinový apod. Pokud tento časový úsek bude nekonečně krátký (tzn. délka úrokovacího období klesá k 0), nebo roste-li frekvence úročení nade všechny meze (tzn. použije se limitní přechod $m \rightarrow \infty$), obdržíme spojitě úročení – nejvýnosnější možný typ úročení z hlediska věřitele. Zavedení tohoto pojmu má především teoretický význam, protože přechod k nekonečně malým nebo nekonečně velkým (souhrnně infinitezimálním) hodnotám umožňuje využívat nástroje infinitezimálního počtu, zejména diferenciální a integrální počet. Nejde jen o teoretický význam, ale také praktický význam spojitěho úročení spočívá v oblasti ohodnocení cenných papírů a kapitálových investic, neboť umožňuje použít složitější matematické nástroje pro ohodnocení.

Jestliže j je nominální úroková míra při spojitěm úročení,

*potom i_{ef} je **efektivní úroková míra** (angl. *effective interest rate*),*

jestliže i_{ef} je roční úroková míra, která za jeden rok dává stejnou splatnou částku jako nominální úroková míra j ,

$$\text{tj. } K_0 \cdot (1 + i_{ef}) = K_0 \cdot e^j, \text{ to je ekvivalentní } 1 + i_{ef} = e^j \text{ nebo } i_{ef} = e^j - 1.$$

Dále pro nominální a efektivní úrokovou míru spojitěho úročení platí:

$$i_{ef} = e^j - 1 \Leftrightarrow e^j = 1 + i_{ef} \Leftrightarrow \ln(e^j) = \ln(1 + i_{ef}) \Leftrightarrow j = \ln(1 + i_{ef}).$$

Při častějším připisování úroku je odpovídající efektivní úroková míra rostoucí, svého maxima dosahuje v případě spojitěho úročení. Někdy se u spojitěho úročení efektivní úroková míra nazývá úrokovou intenzitou, ale tou není, protože úroková intenzita je speciální případ nominální úrokové intenzity.

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , kde $t \in (0, \infty)$, počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , jistina (nebo kapitál) v čase t je K_t , potom

$$K_t = K_0 \cdot (1 + t_1 \cdot j) \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m + k} \cdot (1 + t_2 \cdot j),$$

přičemž

j je roční nominální úroková míra a

$$t = t_1 + n \cdot m + k + t_2,$$

kde n je celý počet let úročení ($n \in N_0$),

m je frekvence úročení ($m \in \mathbb{N}$),

k je počet úplných m -tin posledního roku úročení (tj. $0 \leq k < m$),

t_1 je neúplná část první m -tiny roku období úročení ($0 \leq t_1 < \frac{1}{m}$) a

t_2 je neúplná část poslední m -tiny roku období úročení ($0 \leq t_2 < \frac{1}{m}$).

3.2 Spotřebitelský úvěr

Spotřebitelský úvěr (velmi zřídka též maloobchodní úvěr) je jeden z úvěrů určený pro jednotlivce na nepodnikatelské účely, hlavně jde o nákup (zejména spotřebního zboží, automobilu, vybavení domácnosti apod.). Pro nemovitosti nebo kapitál na podnikání se většinou používají jiné, pro tyto účely určené úvěry nebo hypotéky. Spotřebitelský úvěr může nebo nemusí být zajištěný ručením. Ručení má, pokud je výše půjčované částky vyšší než určitý limit, který se v současnosti pohybuje přibližně kolem půl milionu korun (půjčky nad milion korun není obvyklé řešit tímto typem úvěru). Je-li ručení vyžadováno, musí ten, který si chce spotřebitelský úvěr vzít, ručit nějakou movitou věcí nebo nemovitostí, nebo sehnat ke svému úvěru ručitele. Pro praktické využití u nás má zásadní význam vymezení spotřebitelských úvěrů v zákonu o spotřebitelském úvěru (zákon č. 145/2010 Sb.). *Spotřebitelským úvěrem se rozumí odložená platba, půjčka, úvěr nebo jiná obdobná finanční služba poskytovaná nebo přislíbená spotřebiteli věřitelem, nebo zprostředkovatelem.* Takto široké vymezení spotřebitelského úvěru vychází (v souladu s úpravou v EU) ze základní orientace zákona na ochranu klienta. Potřeba ochrany klienta vyplývá z určitého nerovného postavení, ve kterém se klient může ve vztahu k bance či jinému poskytovateli spotřebitelského úvěru ocitnout. Klient totiž nemusí být schopen správně posoudit veškeré podmínky smlouvy. Z tohoto důvodu se zákon vztahuje na všechny instituce poskytující spotřebitelské úvěry a zahrnuje všechny jeho formy s výjimkou v zákoně taxativně vyjmenovaných případů, zejména jde o odloženou platbu, půjčku, úvěr nebo jinou obdobnou finanční službu např.:

- a) poskytnutou pro účely bydlení, v níž je pohledávka zajištěna zástavním právem;
- b) sjednanou v podobě nájmu věcí nebo leasingu, u nichž není sjednána koupě či jiná možnost nabytí předmětu smlouvy po uplynutí určité doby;
- c) poskytnutou bez úroku a jakékoli úplaty;
- d) sjednanou v době průběžného poskytování služby nebo dodávání zboží stejného druhu, za které klient může platit v průběhu jejich poskytování formou splátek;
- e) s celkovou výší nižší než 5 000 Kč nebo vyšší než 1 880 000 Kč; částka 5 000 Kč se považuje za dosaženou také tehdy, je-li mezi týměž věřitelem a klientem uzavřeno v období 12 měsíců více smluv se stejným nebo obdobným účelem;
- f) kterou zaměstnavatel poskytuje svým zaměstnancům jako vedlejší činnost s roční procentní sazbou nákladů nižší, než je roční procentní sazba nákladů spotřebitelských úvěrů obvykle nabízená na trhu, a která není obecně nabízena veřejnosti;

g) sjednanou s obchodníkem s cennými papíry nebo bankou, jejímž účelem je provedení operace s investičním nástrojem, přičemž obchodník s cennými papíry nebo banka jsou do této operace zapojeni.

Spotřebitelský úvěr běžně zajišťují banky a další finanční instituce, existují ale i úvěrové společnosti, které se na ně specializují. Jsou poskytovány buď jako přímé spotřebitelské úvěry, nebo jako nepřímé spotřebitelské úvěry prostřednictvím společnosti prodávající zboží či služby na spotřebitelský úvěr. Strana, která finanční hotovost poskytuje, z úvěru získává úrok. Jeho výše může být různá, ale většinou se pohybuje mezi 8,5 % a 15,9 % ročně. Tzn. pro úrokové sazby spotřebitelských úvěrů většinou platí, že jsou relativně vysoké, což vyplývá z rizika, které je s těmito úvěry pro banku spojeno.

Smlouva, ve které se sjednává spotřebitelský úvěr, musí (pro úročení) vždy obsahovat:

a) výpůjční úrokovou sazbu, podmínky upravující použití této sazby a příp. údaj o jakémkoli indexu nebo referenční úrokové sazbě použitelné pro počáteční úrokovou sazbu, jakož i o době, podmínkách a postupu pro změnu úrokové sazby; uplatňují-li se za různých okolností různé úrokové sazby, uvádějí se výše uvedené informace o všech úrokových sazbách; banka je povinna po dobu trvání spotřebitelského úvěru informovat klienta o každé změně výpůjční úrokové sazby, a to v přiměřeném předstihu před nabytím její účinnosti, jinak není tato změna vůči klientovi účinná; informace zahrnují výši splátek po úpravě výpůjční úrokové sazby a četnost těchto splátek;

b) roční procentní sazbu nákladů (RPSN) na spotřebitelský úvěr, veškeré předpoklady použité pro výpočet této sazby a celkovou částku splatnou spotřebitelem, vyjádřenou číselným údajem a vypočtenou k okamžiku uzavření smlouvy, ve kterém se sjednává spotřebitelský úvěr;

c) výši, počet a četnost plateb, které má klient provést, příp. způsob přiřazování plateb k jednotlivým dlužným částkám s různými úrokovými sazbami pro účely splácení.

Časové intervaly použité ve výpočtech se vyjadřují v letech nebo ve zlomcích roku. Uvažuje se, že rok má 365 dní (nebo 366 v přestupném roku), 52 týdny nebo 12 stejně dlouhých měsíců (takový měsíc má 30,41666 dní – bez ohledu na to, zda jde o přestupný rok).

RPSN (roční procentní sazba nákladů) na spotřebitelský úvěr je číslo, které má umožnit spotřebiteli lépe vyhodnotit výhodnost nebo nevýhodnost poskytovaného úvěru. *Roční procentní sazba nákladů (RPSN) vyjadřuje celkové náklady (jde o splátky, správu a další výdaje spojené s čerpáním úvěru) spotřebitelského úvěru pro spotřebitele vyjádřené jako roční procentní podíl z celkové výše spotřebitelského úvěru.* Poskytovatel spotřebitelského úvěru je v ČR od 1. ledna 2002 ze zákona povinen uvádět u své nabídky i RPSN (tato povinnost je částečně omezena, RPSN se nemusí uvádět např. u úvěrů nižších než 5 000 Kč nebo vyšších než 1 888 000 Kč, u hypoték atd.). Pokud poskytovatel tuto povinnost nesplní, je jím poskytnutý úvěr automaticky úročen diskontní sazbou ČNB (což je zpravidla pro zákazníka výrazně výhodnější). Obdobnou povinnost mají i poskytovatelé v ostatních zemích EU, to vyplývá ze směrnice 98/7/ES.

Při uzavírání půjčky je obvykle velmi obtížné porovnat nabídky jednotlivých poskytovatelů pouze podle roční úrokové míry úvěru. Často jsou vyžadovány různé dodatečné platby:

- a) poplatky za uzavření smlouvy (administrativní poplatky),
- b) poplatky za správu úvěru,
- c) poplatky za vedení účtu,
- d) poplatky za převody peněžních prostředků,
- e) první navýšená splátka (akontace),
- f) u leasingu odkupní cena předmětu,
- g) pojištění schopnosti splácet apod.

I úrokové míry bývají uváděny s různým základem (roční, měsíční, týdenní). RPSN, které zahrnuje všechny platby, zásadně na roční bázi, tak usnadňuje orientaci při porovnání různých nabídek. RPSN vyjadřuje úrokovou míru, pro kterou se rovná čistá současná hodnota získaných půjček čisté současné hodnotě výdajů (splátek, poplatků apod.) – vyjadřujeme ji podobně jako efektivní úrokovou míru. RPSN je tedy takové i_{RPSN} , pro které je splněna rovnice

$$\sum_{i=1}^m \frac{A_i}{(1 + i_{RPSN})^{t_i}} = \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{(1 + i_{RPSN})^{s_j}}$$

kde m je počet poskytnutých půjček, A_i je výše i -té poskytnuté půjčky, t_i je doba (v letech a zlomcích roku) ode dne 1. půjčky do dne poskytnutí i -té půjčky, n je počet plateb, B_j je výše j -té platby (splátky, poplatku atd.), s_j je doba (v letech a zlomcích roku) ode dne 1. půjčky do dne, kdy byl j -tý poplatek zaplacen. Podíváme-li se na rovnici definující i_{RPSN} je patrné, že zohledňuje jak výši všech částek placených klientem i bankou, tak i termíny, ve kterých k platbám dochází (tzn. bere v úvahu časovou hodnotu peněz). Proto roční procentní sazbu nákladů lze považovat za přesné vyjádření celkových nákladů, které platí příjemce úvěru. Pro výpočet RPSN musíme (kromě velmi jednoduchých případů) aplikovat výpočetní metody numerické matematiky na počítači, většinou se používá metoda půlení intervalu, která vychází z Bolzanovy věty. Jestliže smlouva, ve které se sjednává spotřebitelský úvěr, umožňuje změnu úrokové sazby nebo výše plateb s úvěrem souvisejících, které jsou zahrnuté do roční procentní sazby nákladů na spotřebitelský úvěr, ale nelze je číselně vyjádřit v době výpočtu, předpokládáme pro účely výpočtu, že úroková sazba a ostatní platby zůstávají konstantní a budou platit do konce účinnosti této smlouvy.

3.3 Nominální a reálná úroková míra

Úrokové míry (resp. sazby) lze dělit také podle dvou kritérií:

- a) buď započítáváme zdanění, nebo nezapočítáváme zdanění;
- b) buď započítáváme inflaci (zde jde o inflaci *ex ante*, tedy očekávanou inflaci, či jde o inflaci *ex post*, tedy o inflaci, která byla v době minulé), nebo nezapočítáváme inflaci.

Daň je zákonem (popřípadě i jinak) určená povinná platba do rozpočtu autority (např. státu), která je oprávněna ji vyhlásit. Vyznačuje se neúčelovostí a neekvivalentností, tzn. ukládá se jako jednostranná povinnost bez nároku plátce na plnění ze strany vyhláštějící autority. Daně jsou placené při určitých okolnostech, událostech, např. jde o platby pravidelné v určitých časových intervalech nebo při změně vlastnictví (výplata odměny, prodej, darování nebo dědictví).

Podle prvního kritéria rozlišujeme:

aa) **hrubou úrokovou míru** (resp. *sazbu*) nebo **hrubou roční výnosnost**, u které

nezapočítáváme zdanění (někdy místo hrubá úroková míra píšeme pouze úroková míra);

ab) **čistou úrokovou míru** (resp. *sazbu*) nebo **čistou roční výnosnost**, u které

započítáváme zdanění (zde zdůrazňujeme přídavné jméno čistá).

Ve všech předcházejících výpočtech jsme neuvažovali zdanění. Počítali jsme výši úroku (nebo výnos) před zdaněním, tj. šlo o hrubou výši úroku nebo hrubý výnos. Úrokové výnosy podléhají zdanění.

Jestliže i je hrubá roční úroková míra, i_b je zdaňovací koeficient úroku (jestliže je b daň z úroku v %, potom $i_b = 1 - \frac{b}{100}$), potom čistá roční úroková míra (nebo čistá roční výnosnost) i_r je $i_r = i_b \cdot i$ (tj. $i_r = \left(1 - \frac{b}{100}\right) \cdot i$).

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , kde $t \in (0, 1)$, potom hrubý výnos nebo hrubý úrok U_t z počáteční jistiny (nebo kapitálu) K_0 za čas t s (hrubou) roční úrokovou mírou i je $U_t = K_0 \cdot i \cdot t$ (v jednoduchém úročení).

Z tohoto dostaneme po odečtení daně čistý výnos (resp. úrok) při jednoduchém úročení: Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je t , kde $t \in (0, 1)$, b je daň z úroku v % a i je (hrubá) roční úroková míra, potom čistý výnos nebo čistý úrok U_{rt} z počáteční jistiny (nebo kapitálu) K_0 za čas t s čistou roční úrokovou mírou i_r je $U_{rt} = K_0 \cdot i_r \cdot t = K_0 \cdot \left(1 - \frac{b}{100}\right) \cdot i \cdot t$. Součtem počáteční výše kapitálu K_0 a čistého výnosu U_{rt} za čas t získáme čistou výši kapitálu K_{rt} za čas t , tedy čistou konečnou výši kapitálu K_{rt} ,

$$\text{tj. } K_{rt} = K_0 + U_{rt} = K_0 + K_0 \cdot i_r \cdot t = K_0 \cdot (1 + i_r \cdot t) = K_0 \cdot \left(1 + \left(1 - \frac{b}{100}\right) \cdot i \cdot t\right).$$

Uvedli jsme hrubou i čistou úrokovou míru pro jednoduché úročení.

V případě složeného úročení dostáváme:

Jestliže doba splatnosti (nebo uložení) v letech je $t \in N$, b je daň z úroku v %, (hrubá) roční úroková míra je i a počáteční jistina (nebo kapitál) je K_0 , potom

a) pro (hrubou) jistinu (nebo kapitál) K_t v čase t je $K_t = K_0 \cdot (1 + i)^t$ a pro (hrubou) roční úrokovou míru platí: $i = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1 = \frac{i_r}{1 - \frac{b}{100}}$, kde i_r je čistá roční úroková míra;

b) pro čistou jistinu (nebo kapitál) K_{rt} v čase t je $K_{rt} = K_0 \cdot (1 + i_r)^t$, pro čistou roční úrokovou míru i_r platí $i_r = \sqrt[t]{\frac{K_{rt}}{K_0}} - 1 = i \cdot \left(1 - \frac{b}{100}\right)$ a pro hrubou úrokovou míru je

$$i = \frac{\sqrt[t]{\frac{K_{rt}}{K_0}} - 1}{1 - \frac{b}{100}}$$

Ve finanční matematice je nutné si uvědomit: Jestliže neuvažujeme při výpočtech vliv zdanění (příp. uvažujeme-li hrubé úroky nebo hrubé výnosy), potom musíme do příslušných vzorců dosazovat úrokovou míru (příp. sazbu) bez zdanění, tzn. hrubou úrokovou míru (příp. sazbu). Jestliže uvažujeme při výpočtech vliv zdanění (příp. uvažujeme-li čisté úroky nebo čisté výnosy), potom musíme do příslušných vzorců dosazovat úrokovou míru (příp. sazbu) po zdanění, tzn. čistou úrokovou míru (příp. sazbu). Dále je nutné zcela jistě mít jasno, zda jde o jednoduché nebo složené úročení, případně i smíšené úročení.

3.3 Nominální a reálná úroková míra (pokračování)

Podle druhého kritéria rozlišujeme:

ba) **nominální úrokovou míru** (resp. **sazbu**), u které neuvažujeme vliv inflace;

bb) **reálnou úrokovou míru** (resp. **sazbu**), u které uvažujeme vliv inflace.

Samozřejmě lze druhy úrokových měr (resp. sazeb) podle obou kritérií kombinovat, tudíž dostáváme:

hrubou nominální úrokovou míru (resp. sazbu), kterou budeme značit i ;

čistou nominální úrokovou míru (resp. sazbu), kterou budeme značit i_r ;

hrubou reálnou úrokovou míru (resp. sazbu), kterou budeme značit i_{real} ;

čistou reálnou úrokovou míru (resp. sazbu), kterou budeme značit i_{rreal} .

Poznamenejme, že v této části budeme termín *nominální úroková míra* používat v jiném smyslu než v souvislosti s področním úročením a efektivní úrokovou mírou, zde jde o takovou úrokovou míru, v jejíž hodnotě se nezohledňuje inflace. Nominální úroková míra je přímo uvedena ve smlouvách s finančními institucemi, v různých nabídkách bankovních produktů.

Nominální úroková sazba však neříká úplně vše a pro porovnání různých bankovních produktů není vhodná ze dvou hlavních důvodů:

- úrok závisí nejen na nominální úrokové sazbě, ale i na způsobu úročení, na tom, jak často jsou připisovány úroky k jistině (tedy kdy se začínají počítat úroky z úroků);
- kromě úroků jsou však pro klienta důležité i poplatky, které mohou podstatně změnit výhodnost bankovního produktu.

Nominální úroková míra je takovou úrokovou mírou, v jejíž hodnotě se nezohledňuje inflace. Inflace je znehodnocování měny růstem cen, tudíž ovlivňuje hodnotu peněz, samozřejmě také znehodnocuje úroky. Ekvivalentně lze inflaci definovat jako snížení kupní síly peněz.

Při inflaci mohou vlastníci nepeněžních aktiv, jako jsou například nemovitosti, akcie nebo zlato, očekávat, že hodnota aktiv vzroste, zatímco ti, kteří se snaží je získat, budou muset zaplatit více. Reálný příjem jedince bude záviset na tom, do jaké míry je jeho příjem fixován (tj. pevně dán). Např. příjmy zaměstnanců a důchody důchodců často zaostávají za inflací, protože jsou pevně dány na určité období. Poznamenejme, že pro řadu osob je výše příjmu pevně daná. Také držitelé hotovosti zaznamenají pokles kupní síly peněz. Změnu cenové hladiny za určité období udává míra inflace. Míra inflace je měřena cenovými indexy.

Nejznámější z cenových indexů jsou:

- a) *deflátor HDP*, jde o poměr nominálního a reálného HDP;
- b) *index spotřebitelských cen* (angl. consumer price index);
- c) *index cen výrobců* (angl. producer price index).

Neočekávané zvýšení míry inflace povede k poklesu reálné úrokové míry. Dlužníci splácející dluhy s pevnou nominální úrokovou sazbou s rostoucí mírou inflace zaznamenají snížení reálné úrokové sazby. Obvykle se měří cenovými indexy založenými na maloobchodní ceně spotřebního koše vybraných položek a služeb (v ČR jde o *index spotřebitelských cen* zjišťovaný Českým statistickým úřadem, ve Velké Británii o RPI, tj. *Retail Price Index*, v USA CPI, tj. *Consumer Price Index* apod.).

Mírou inflace i_{inf} za rok R je relativní nárůst cenového indexu za tento rok, tj. $i_{inf} = \frac{I_R - I_{R-1}}{I_{R-1}}$, kde I_R (resp. I_{R-1}) je cenový index na konci roku R (resp. $R - 1$). Míra inflace se také vyjadřuje procentní změnou cenové hladiny ve vykazovaném měsíci daného roku proti stejnému měsíci roku předchozího. Výhodou je, že se tím vyloučí sezónní vlivy, protože se porovnávají vždy stejné měsíce. Z ekonomického pohledu se rozlišují nominální úrokové míry a reálné úrokové míry. Nominální úrokové míry (resp. sazby) jsou míry (resp. sazby) uváděné ve smlouvách o úvěrech, u sazebních bank či v reklamách na spořicí produkty a půjčky. Reálné úrokové sazby ukazují, jak se změní kupní síla vložených či půjčených peněz. Spočítají se tak, že se od nominálních úrokových sazeb odečte míra inflace. Uvedme upřesnění ve větě: *Jestliže i je hrubá nominální úroková míra za úrokovací období a i_{inf} je míra inflace za toto úrokovací období, potom hrubá reálná úroková míra i_{real} za toto úrokovací období je $i_{real} = \frac{i - i_{inf}}{1 + i_{inf}} \approx i - i_{inf}$.*

Uvedme také upřesnění ve větě pro čistou reálnou úrokovou míru: *Jestliže i_r je čistá nominální úroková míra za úrokovací období a i_{inf} je míra inflace za toto úrokovací období, potom čistá reálná úroková míra i_{rreal} za toto úrokovací období je*

$i_{rreal} = \frac{i_r - i_{inf}}{1 + i_{inf}} \approx i_r - i_{inf}$. Znovu poznamenejme, že termín *nominální úroková míra* se používá v jiném smyslu než v souvislosti s področním úročením a efektivní úrokovou mírou, zde jde o takovou úrokovou míru, v jejíž hodnotě se nezohledňuje inflace. Zjednodušené přibližné vyjádření $i_{real} \approx i - i_{inf}$ (resp. $i_{rreal} \approx i_r - i_{inf}$) se doporučuje pouze pro malé míry inflace.

Hrubá (resp. čistá) reálná úroková míra i_{real} (resp. i_{rreal}) je pro pevnou nominální úrokovou míru i (resp. i_r) klesající funkcí míry inflace i_{inf} . Je-li tudíž skutečná hodnota i_{inf} menší než se očekávalo, zvětší se i_{real} i i_{rreal} a ze situace profituje věřitel (*vyplatí se půjčit peníze*). Je-li naopak skutečná hodnota i_{inf} větší než se očekávalo, zmenší se i_{real} i i_{rreal} a ze situace profituje dlužník (*vyplatí se mít dluh*). Poskytneme-li kapitál s tím, že nám bude za rok vrácen, a předpokládáme-li nominální úrokovou sazbu 5 % p.a. a míru inflace nulovou, máme za rok reálně o 5 % více. Poskytneme-li kapitál s tím, že nám bude za rok vrácen, a předpokládáme-li nominální úrokovou sazbu 7 % p.a. a míru inflace 10 %, máme za rok reálně o 3 % méně; získali jsme sice kapitál zvýšený o 7 %, ale za zboží a služby vydáme o 10 % více.

4. Umořování dluhu

Dluh (také debet) označuje povinnost splnit závazek, to co je někdo někomu povinen vyrovnat. Je to předmět vztahu mezi věřitelem a dlužníkem, který zahrnuje oprávnění věřitele a povinnost dlužníka, aby dluh vyrovnal. Z hlediska věřitele se tento vztah označuje jako pohledávka, to znamená, že pohledávka je oprávnění věřitele požadovat od dlužníka vyrovnání dluhu, tedy takzvané plnění. Z historie víme, že otroctví bylo ve starověku velmi rozšířené, zmiňováno bylo již v nejstarších literárních památkách, jako je *Chammurapiho zákoník*. Dluh je právě historicky spjat s otroctvím. V Mezopotámii bylo postavení otroka buď jako věci (celkem luxusní a méně časté) nebo otroka, který splácel svůj dluh (častější varianta), ale nemohl být prodán. Proto bývá někdy vnímáno současné zadlužování jako novodobé otroctví či neokolonialismus. Dluh (úvěr, půjčka) je důležitý finanční instrument. Úvěrem rozumíme poskytnutí peněžní částky na určitou dobu za odměnu zvanou úrok.

Umořování dluhu (resp. *úvěru*) je *splácení dluhu* (resp. *úvěru*) *dlužníkem věřiteli podle předem sjednaného umořovacího plánu*.

Ačkoliv lze umořování (resp. splácení) dluhu (resp. úvěru) z hlediska věřitele považovat za příjem důchodu vypláceného dlužníkem věřiteli; na rozdíl od výkladu důchodové problematiky v 5. kapitole *Pravidelné platby, důchody* se v souvislosti s umořováním dluhu objevují některé odlišnosti, které postup splácení úvěru má. Nejprve si uvedeme základní vlastnosti úvěru a formy jeho splácení.

Opět hraje důležitou roli změna jistiny v čase při všech finančních vztazích (kromě vztahů bezúročných). Připomeňme, že částky, které chceme porovnat, sečíst nebo odečíst, musíme nejprve převést do stejného časového okamžiku.

Úvěry podle doby splatnosti můžeme rozdělit:

- a) na **krátkodobé úvěry** (doba splatnosti nepřesahuje jeden rok);
- b) na **střednědobé úvěry** (doba splatnosti je od jednoho roku do čtyř let);
- c) na **dlouhodobé úvěry** (doba splatnosti je delší než čtyři roky).

Každá splátka dluhu (anuita) se skládá ze dvou komponent:

- a) **úmor dluhu** – tato složka postupně snižuje dlužnou částku, pokud je úmor kladný;
- b) **úrok z dluhu** – tato složka vždy splatí úrok ze zbývajících dlužných částky (s postupným snižováním dlužné částky velikost této složky klesá, pokud předpokládáme, že úmory jsou kladné).

Splátky mohou být dvojího druhu:

- a) **nestejně splátky**;
- b) **stejně splátky** (příp. s výjimkou poslední neúplné splátky).

Hlavní způsoby umořování dluhu lze shrnout takto:

1. **Úvěr je splatný najednou včetně úroků za určitou dobu**. Tento problém splácení úvěru jednorázově včetně úroků je problém výpočtu splatné částky (budoucí hodnota) z poskytnuté

částky (současná hodnota) podle dohodnuté úrokové sazby a doby splatnosti. Jednorázové splácení se obvykle používá pouze při krátké době splatnosti.

Poznámka. V dalším pomineme jednoduchou možnost jednorázového umořování dluhu a předpokládáme, že dluh se umořuje splátkami vždy na konci pravidelných období.

2. **Úvěr** je sjednán na neurčitou dobu. Musí **byť splatný najednou po výpovědi při zachování výpovědní lhůty**. Úroky se platí ve lhůtách jejich splatnosti. Splácení úroků v pravidelných časových intervalech z celkové zapůjčené částky, která je splacena až na závěr (uvedeme v kap. 6. *Dluhopisy*).

3. **Umořování dluhu** se provádí od začátku **pravidelnými platbami**. Podle charakteru těchto plateb rozlišujeme:

a) Výše těchto splátek je stále stejná (část splátky jde na úmor úvěru a část na zaplacení úroku). V takovém případě lze říci, že tato **anuita** je **konstantní**. Výše úroku, obsaženého v anuitě, se časem snižuje a výše úmoru se naopak zvyšuje. Tento způsob splácení značně usnadňuje plánování splátek půjčky a je proto často používán u větších a dlouhodobějších úvěrů.

b) Výše splátek není stejná. V tomto případě jde většinou stejná částka na snižování úvěru, tj. na úmor. V této situaci můžeme říci, že **úmor** je **konstantní**. Tyto splátky s konstantním úmorem jsou méně obvyklé. Zde platí, že výše splátky klesá s klesající úrokovou složkou.

c) Ani výše splátek, ani úmorů není stejná (konstantní), většinou se stává, že roste s dobou splatnosti, což je výhodné z hlediska rychlejšího umořování. Tento růst může být charakterizován buď aritmetickou, nebo geometrickou posloupností. V takovém případě samozřejmě lze říci, že tato **anuita** je **rostoucí**.

d) Ani výše splátek, ani úmorů není stejná, anuita klesá s dobou splatnosti, snižující se anuita má snad jen jedinou výhodu – tím, že je zpočátku splacena větší část dluhu, zaplatí klient v absolutních částkách méně na úrocích. Je-li cílem dlužníka svůj závazek vůči bance splatit co nejdříve, může si nastavit kratší splatnost konstantní anuity. V tomto případě samozřejmě lze říci, že tato **anuita** je **klesající**.

e) Další možností je splácení s konstantní anuitou a odkladem splácení. Při odkladu splácení dluhu klient platí bance pouze úroky z úvěru. Po ukončení odkladu nastupuje zpravidla klasické splácení s konstantní anuitou, ovšem při mnohem kratší zbývající splatnosti.

f) Splátky leasingové ceny jsou **leasingové splátky**, jde o určitou peněžní sumu, kterou je povinen nájemce po stanovenou dobu platit (měsíčně, čtvrtletně či ročně) pronajímateli. Nájemce tak získává právo užívat podle leasingové smlouvy předmět leasingu, jejímž majitelem je stále pronajímatel. Při určení výše leasingové splátky se zohledňují různé náklady, např. náklady na pořízení předmětu leasingu, celní poplatky, poplatky za zaškolení obsluhy, poplatky za certifikaci, DPH, úrok zdroje, z kterého byla leasingová operace refinancována, mnoho dalších nákladů.

Právě problematikou splácení dluhu pravidelnými splátkami se budeme zabývat. Obvykle se takto splácejí střednědobé a dlouhodobé úvěry (dluhy), např. hypoteční nebo spotřební.

Přehled výše splátek dluhu (úvěru) včetně úroků z hlediska jejich časového rozložení sestavují banky (věřitelé) do tzv. umořovacích plánů.

Umořovací plány slouží:

- a) k výpočtu a přehledu o výši jednotlivých plateb (úrok, úmor, splátka) v průběhu splácení úvěru;
- b) k odlišení úmoru a úroku pro správné zaúčtování (úmory se platí ze zisku a úroky se zahrnují do nákladů);
- c) ke zjištění stavu dosud nesplaceného úvěru z hlediska výpočtu úrokové platby (např. při prodlžení ve splácení).

Principy tvorby umořovacích plánů vycházejí ze zásad finančních výpočtů.

Umořovací plán (také **splátkový kalendář** či **splátkový plán** nebo **amortizační plán**) je důležitý dokument (určitě jak z hlediska dlužníka, tak i věřitele), který obvykle obsahuje pro jednotlivá období:

- a) *výši splátky* (annuity);
- b) *výši úmoru dluhu* (částky, o kterou je v každém období snížen úvěr);
- c) *výši úroku z dluhu*;
- d) *stav dluhu po odečtení úmoru* (zůstatek úvěru, tj. zbývající dlužná částka)

a umožňující mj.:

- e) *provedení přepočtů při realizaci různých změn* (např. pro dlužníka může být výhodné v určité fázi umořování dluhu splatit se souhlasem věřitele jednorázově zbývající dlužnou částku, věřitel může zbývající dlužnou částku „odprodat“, v průběhu umořování dluhu je možné akceptovat změnu úrokových měr apod.);
- f) *výpočet daňových odvodů* – věřitel většinou musí úrokovou složku přiznávat ve svém daňovém přiznání, dlužník v některých případech (např. v České republice u hypotečních úvěrů a úvěrů v rámci stavebního spoření) může naopak tuto složku od svého daňového základu do určité výše odečítat.

Umořovací plán určuje tedy jak přesné částky, tak i data splatnosti. Jestliže splácení se realizuje převodem na bankovní účet, nerozumí se tím datum odeslání peněz, ale jejich připsání na účet věřitele. Nedodržení splátkového kalendáře je obvykle spojeno se sankcemi (tj. jde o penále).

Splátkový kalendář je možné měnit jen po dohodě obou stran. To se může týkat i spotřebitelských úvěrů, pokud se dlužník dostane do dočasných problémů se splácením. Věřitel mu může splátky odložit nebo změnit jejich výši. Takové rozhodnutí je ze strany věřitele dobrovolné a nevzniká na ně žádný nárok.

Věřitelé k němu však mohou být motivováni tím, že náklady spojené se změnou mohou být nižší než náklady na soudní vymáhání a případné insolvenční řízení. U velkých a složitých

úvěrů či dluhů se někdy hovoří o restrukturalizaci dluhu, která ovšem nezahrnuje jen změny splátkového kalendáře.

Umořovací plány se mohou lišit:

- a) způsobem úročení (předlůtní, polhůtní);
- b) obdobími splátek (stejná s úrokovacími obdobími nebo odlišná od úrokovacích období).

Budeme se zabývat umořováním úvěrů užitím polhůtního úročení, které je určitě v praxi obvyklejší. Ukážeme mj. sestavení umořovacího plánu při stejných anuitách (splátkách) i různých polhůtních splátkách.

5. Pravidelné platby, důchody

V předchozím jsme uvedli, jak vypočteme konečnou (nebo budoucí) či počáteční (nebo současnou) hodnotu jistiny (resp. kapitálu), přičemž se její (resp. jeho) počáteční či konečná hodnota nezvyšovala.

Často se ve finančních vztazích setkáváme s pravidelně se opakujícími platbami stejných částek při konstantní úrokové sazbě, které většinou nazýváme důchody, v této části se budeme právě zabývat pravidelně se opakujícími platbami stejných částek při konstantní úrokové sazbě – *důchody*.

Tyto platby se mohou opakovat uvnitř úrokovacích období (buď na začátcích, nebo na koncích splátkových období). V obou případech můžeme pravidelnosti placení využít k jednoduché analýze finančního vztahu. Získáme tak především metodický postup pro tvorbu matematického popisu takového typu finančních operací, které urychlí zpracování a vyhodnocení finančního vztahu.

Důchod je systém pravidelných plateb (anuit), jejichž (nominální) výše zůstává v čase stejná nebo se mění podle určitého schématu.

Někdy je možné setkat se také s interpretací, ve které je anuita chápána jako série plateb. Terminologie tedy není jednotná.

Anuita (zastarale *annuita* nebo *ročina*, odvozeno z lat. *annuus*, což znamená česky roční) představuje ve finanční teorii stálou platbu hrazenou v pravidelných časových intervalech po dané období. Původně šlo o pravidelnou roční splátku dlouhodobého dluhu (podle základu termínu), dnes jde pouze o pravidelnou splátku dluhu. V našem kursu budeme anuitou rozumět výplatu (realizovanou platbu) nebo splátku důchodu. Při hodnocení těchto plateb se uplatňuje koncept časové hodnoty peněz. Anuitu budeme většinou označovat a . Důchody patří k základním finančním a pojistným pojmům.

Lze je klasifikovat podle různých hledisek.

Podle délky výplatního období rozlišujeme:

- a) *roční důchod* – jeho výplatními obdobími (anuitami) jsou léta;
- b) *měsíční důchod* – jeho výplatními obdobími (anuitami) jsou měsíce atd.

Ještě se zavádí termín:

jednotkový důchod – jde o důchod s jednotkovými platbami (tj. ve výši 1 Kč). Výsledky odvozené pro jednotkový důchod obvykle stačí nakonec vynásobit skutečnou výší plateb.

V souvislosti s důchody bude pro nás důležité vědět, jaká je:

- a) *počáteční hodnota důchodu*, kterou budeme značit D – jde o součet současných hodnot všech v budoucnu získaných výplat; počáteční hodnota důchodu udává, kolik musíme dnes uložit, abychom si zajistili při dané roční úrokové sazbě vyplácení příslušného důchodu;
- b) *konečná hodnota důchodu*, kterou budeme značit S – je to součet všech výplat důchodu přepočtených ke konci posledního roku, kdy se důchod vyplácí; konečná hodnota důchodu

udává, kolik bychom celkem získali ke konci posledního roku, kdybychom všechny výplaty okamžitě po jejich vyplacení při dané roční úrokové sazbě uložili.

Platí: $S = D \cdot (1 + i)^t$, kde i je úroková míra a t je čas v letech.

Nákup na splátky je dnes velmi rozšířenou formou získání požadovaného zboží. Splátky mají většinou konstantní (tj. neměnnou) velikost a platí se ve sjednaných termínech (např. ke každému prvnímu pracovnímu dni v měsíci). Úroková sazba je sjednána stálá po celou dobu finančního vztahu. Protože obvykle délka úrokovacího období je jeden rok a popsání platby se děje uvnitř roku, setkáme se s termínem *področní důchod*, který pro jeho jednoduchost a stručnost budeme používat. **Področní důchod představují pravidelné platby uvnitř úrokovacího období.** Každý področní důchod lze jednoznačně charakterizovat velikostí splátek, počtem splátek za rok, intervalem mezi splátkami a počátkem splácení (okamžikem uskutečnění první splátky). Je zřejmé, že místo času uskutečnění první splátky stačí znát čas platby kterékoli splátky. V praxi je případ, kdy známe počátek splácení, nejčastější. Pro další úvahy budeme předpokládat, že úrokovací období je jeden rok, roční úroková míra i (p.a.) a področní důchod tvoří m splátek o hodnotě a , které jsou rozloženy pravidelně do celého roku. Pro takový důchod dostaneme dvě základní schémata, která souvisejí se skutečností, je-li první splátka zaplacená ihned na začátku roku nebo je-li poslední splátka zaplacená na konci roku. Budeme se zabývat základními schématy, nikoli všemi možnými schématy. Některá obecnější uvedeme později. **Splátkové období (důchodu) je období mezi dvěma nejbližšími různými pravidelnými splátkami.** Nebo také: **Výplatní období (důchodu) je doba mezi dvěma následujícími anuitami (platbami důchodu).** Nedříve se budeme zabývat polhůtními splátkami, tj. splátky a se platí koncem splátkových období (tj. jde o poslední splátku na konci roku).

5. Pravidelné platby, důchody (pokračování)

Področní důchod – poslední platba na konci roku: Jde o pravidelné konstantní platby a placené uvnitř ročního úrokovacího období.

Je charakterizován: a) velikostí plateb a a počtem plateb do roka m ,

b) roční úrokovou mírou i (p.a.),

c) okamžiky placení – poslední platba na konci roku.

Potom po připsání úroku na konci roku (přesněji 1.1. roku následujícího) bude součet zúročených plateb S :

$$S = a + a \cdot \left(1 + 1 \cdot \frac{i}{m}\right) + a \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{i}{m}\right) + \dots + a \cdot \left(1 + (m-1) \cdot \frac{i}{m}\right) =$$

$$= a \cdot \left(m + \frac{i}{m} \cdot \underbrace{(1 + 2 + \dots + (m-2) + (m-1))}_{\frac{(m-1) \cdot m}{2}} \right) = a \cdot \left(m + \frac{m-1}{2} \cdot i \right).$$

Tedy součet zúročených plateb S při področním důchodu, kdy se splátky a platí koncem splátkových období (tj. jde o poslední splátku na konci roku) je $S = a \cdot \left(m + \frac{m-1}{2} \cdot i \right)$.

Področní důchod – první platba na začátku roku: Jde o pravidelné předlhuční konstantní platby a placené uvnitř ročního úrokovacího období začátkem splátkových období.

Je charakterizován: a) velikostí plateb a a počtem plateb do roka m ,

b) roční úrokovou mírou i (p.a.),

c) okamžiky placení – první platba na začátku roku.

Potom po připsání úroku na konci roku (přesněji 1.1. roku následujícího) bude součet zúročených plateb S :

$$\begin{aligned}
 S &= a \cdot \left(1 + 1 \cdot \frac{i}{m}\right) + a \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{i}{m}\right) + \dots + a \cdot \left(1 + (m-1) \cdot \frac{i}{m}\right) + a \cdot \left(1 + m \cdot \frac{i}{m}\right) = \\
 &= a \cdot \left(m + \frac{i}{m} \cdot \underbrace{(1 + 2 + \dots + (m-2) + (m-1) + m)}_{\frac{(m+1) \cdot m}{2}}\right) = a \cdot \left(m + \frac{m+1}{2} \cdot i\right).
 \end{aligned}$$

Tedy součet zúročených plateb S při področním důchodu, kdy se splátky a platí začátkem splátkových období (tj. jde o první splátku na začátku roku) je $S = a \cdot \left(m + \frac{m+1}{2} \cdot i\right)$.

6. Dluhopisy

Cenné papíry na řad (také ordre papíry) jsou cenné papíry obsahující jméno oprávněné osoby (jde o vyvratitelnou právní domněnku, která nevyklučuje důkaz o tom, že jde o cenný papír na jméno nebo na doručitele) s možností převodu rubopisem. Ten spočívá v označení nového majitele na rubu cenného papíru a jeho předání. Převodní právo může být v některých případech omezeno nebo naopak výslovně přiznáno. To odpovídá zákonu o cenných papírech. Ve skutečnosti představují cenné papíry na řad druh cenného papíru na jméno (au nom). Cenné papíry na jméno (také rektapapíry, nebo papíry au nom) obdobně jako cenné papíry na řad obsahují jméno první oprávněné osoby, avšak práva spojená s cenným papírem na jméno se převádějí už samotnou smlouvou k okamžiku její účinnosti (je vyloučen rubopis).

Dluhopis (nebo *dluhový cenný papír*, také *obligace*, z latinského *obligo*, tj. česky váži, zavazuji, nebo z angličtiny *bond*) je cenný papír na řad, s nímž je spojeno právo na splacení dlužné částky a případně vyplacení stanovených výnosů a další povinnosti. Tzn. dluhopisem se dlužník zavazuje jeho majiteli, že mu splatí dlužnou částku včetně úroku ve stanovených termínech. Tedy jde o cenný papír, který vyjadřuje dlužnický závazek emitenta vůči oprávněnému majiteli dluhopisu.

Nominální (nebo *jmenovitá*) *hodnota* (angl. *face value*) *dluhopisu* je částka (vytištěná na dluhopisu, pokud dluhopis nemá elektronickou podobu), která musí být splacena majiteli dluhopisu k danému datu (na konci *doby splatnosti dluhopisu*).

Majitel dluhopisu má tedy nárok požadovat po emitentovi splacení jmenovité (nominální) hodnoty v době splatnosti dluhopisu a v určených termínech i stanovených výnosů.

Dluhopisy lze dělit podle několika kritérií, nejčastěji jsou dluhopisy děleny podle rizika, emitenta, doby splatnosti, podle způsobu stanovení výnosů i způsobu úročení, podle formy, v jaké jsou emitovány, podle způsobu převoditelnosti a sekundární obchodovatelnosti. Dluhopisy se převážně obchodují na mimoburzovním trhu, kde si jednotlivé strany obchodu přímo mezi sebou sjednávají podmínky obchodu. Mimoburzovní obchodování s sebou přináší určitou netransparentnost, jelikož kontrakty nejsou standardizované a nikde se uskutečněné obchody nezobrazují. Část obchodování s dluhopisy probíhá také na veřejných trzích.

Dělení na dluhopisy podle emitenta (tj. vydavatele):

a) **státní dluhopisy** – emitentem je stát, v případě ČR jde o ministerstvo financí; emisi zajišťuje ČNB tzv. holandskou aukcí; ČNB se stará o vyplácení úroků; půjčené peníze stát nejčastěji vkládá do infrastruktury nebo ke splacení státního dluhu; obecně platí, že státní dluhopisy mají nízkou míru rizika, proto jsou mezi investory populární; státy, které jsou vnímány jako rizikovější, musí přilákat investory tím, že platí vyšší úrok kvůli rizikové přirážce;

b) **komunální (municipální) dluhopisy** – emitentem je územní samosprávný celek; v ČR je podmínkou emitování tohoto typu dluhopisu souhlas ministerstva financí;

c) **korporátní (podnikové) dluhopisy** – emitentem je nějaká společnost, cílem takové emise je získání kapitálu k nějaké činnosti;

d) **bankovní dluhopisy** – emitentem je peněžní ústav, tento typ dluhopisů je někdy považován za součást korporátních dluhopisů;

e) **pokladniční poukázky** – krátkodobé dluhopisy, jejichž emitentem je stát anebo orgány a instituce veřejné správy, popř. bankovní domy; tento typ dluhopisů slouží ke krátkodobému pokrytí přechodného nedostatku peněz; pokladniční poukázky jsou nejméně rizikovým dluhopisem, čemuž odpovídá nízká úroková míra.

Dalším důležitým faktorem, který ovlivňuje úspěšnost emise, je doba splatnosti. Obecně lze uvažovat:

a) **krátkodobé dluhopisy**, u nichž je doba splatnosti do jednoho roku;

b) **střednědobé dluhopisy**, u nichž je doba splatnosti od jednoho roku do čtyř let;

c) **dlouhodobé dluhopisy**, u nichž je doba splatnosti dluhopisu delší než čtyři roky;

d) **věčné renty** (nebo **konzoly**) – jde o speciální druhy dluhopisů, které nemají stanovenou splatnost, tzn. u nich nikdy nedochází ke splacení jmenovité hodnoty, jsou vypláceny pouze úrokové výnosy.

Splatnost dluhopisů může být v emisních podmínkách modifikována zvláštními právy emitenta či dlužníka:

a) emitent si může vyhradit právo na předčasné splacení dluhopisů (v tomto případě jde o *dluhopisy s kupní opcí*, angl. *call option on bond*) nebo

b) naopak může být toto právo dáno majiteli dluhopisu, tedy dlužníkovi (tudíž v tomto případě jde o *dluhopisy s prodejní opcí*, angl. *put option on bond*).

Dělení dle formy a způsobu stanovení výnosu:

a) **dluhopisy s pevnou úrokovou (kupónovou) sazbou** mají stanovenou výši úrokové (kupónové) sazby fixně po celou dobu do splatnosti dluhopisu; tato sazba (tudíž i výnos plynoucí z dluhopisu) je nezávislá na vývoji tržních úrokových sazeb; emitent nemá možnost sazbu během doby splatnosti změnit;

b) **dluhopisy s pohyblivou úrokovou (kupónovou) sazbou** mají úrokovou (kupónovou) sazbu vázanou na předem přesně určenou tržní referenční sazbu – nejčastěji jde o úrokovou sazbu typu PRIBOR (Prague Interbank Offered Rate), LIBOR (London Interbank Offered Rate) apod.; úroková (kupónová) sazba z dluhopisu se potom pravidelně stanoveným způsobem přizpůsobuje výši referenční tržní úrokové sazby v předem pevně daných termínech;

c) **dluhopisy s nulovou úrokovou (kupónovou) sazbou** (s nulovým kupónem), označované často rovněž jako **zerobondy**, nedávají majiteli během doby do splatnosti žádný úrokový výnos. Výnos pro majitele plyne z rozdílu mezi nižší (diskontovanou) cenou, za kterou jsou při emisi prodávány (emisním kursem), a jmenovitou hodnotou, která je vyplacena v době splatnosti;

d) **dluhopisy se slosovatelnou prémie** nebo **prémie v závislosti na lhůtě splatnosti** dluhopisu mají výnos stanoven ve formě prémie, jejíž výše, způsob stanovení a další náležitosti jsou určeny v emisních podmínkách;

e) *indexované dluhopisy* jsou instrumenty, jejichž kupónové platby jsou vázány na vývoj indexů mezd, cen zlata, ropy či jiných komodit. Známe jsou americké státní dluhopisy TIPS (Treasury Inflation-Protected Securities). Jejich kupón je fixní, ale modifikovaný podle aktuálního růstu cenové hladiny.

V některých zemích (např. ve Velké Británii) může být dluhopis zajištěn zástavním právem na majetek dlužníka.

Pokud se změní úrokové sazby, změní se i cena, za kterou lze prodat nebo koupit tento cenný papír. Úrokové riziko vyplývá z pohybu tržních úrokových sazeb. Pokud by se na trhu neměnila cena dluhopisů, mohly by existovat situace, kdy by existovaly dluhopisy se stejným datem splatnosti a s rozdílnou úrokovou mírou. Je tedy zřejmé, že kupovat si dluhopis s nižší kupónovou platbou by poté nemělo pro investora příliš cenu.

Cena se vypočítává diskontováním budoucích toků na současnou hodnotu. Vnímání úrokových měr, kterými se cena diskontuje, ovlivňuje právě riziko. Změna úrokových sazeb vyvolá změnu ceny dluhopisu. Změna tržní ceny dluhopisu má tedy vliv na výnos tohoto cenného papíru do splatnosti.

Nejčastějším případem jsou různé neveřejné emise dluhopisů. Můžeme se setkat i s tím, že malé spol. s r. o. s obratem pár milionů korun ročně vydávají dluhopisy a nabízejí u nich fixní úrok 4,5 %. Pro srovnání: na takový úrok se v USA běžně nedostanou ani firmy s ročním obratem přes sto milionů dolarů. Na burze by si takový dluhopis v životě nikdo nekoupil. Různí podnikavci se snaží – a asi se jim i daří – takhle tahat peníze z důvěřivých lidí burzou nepolíbených. Úrok 4,5 % nakonec přece zní ve srovnání s tím, co nabízejí banky jako velmi lákavá nabídka, zvláště když jde o úrok fixní.

Jenomže tenhle fixní úrok se velmi rychle může změnit ve velkou nulu. Někdy je emise dluhopisů od začátku plánovaný podfuk, firma vyvede peníze do zahraničí a vyhlásí bankrot. Neveřejné emise dluhopisů mají vedle podceňovaného kreditního rizika ještě jeden velký háček: nulovou likviditu. Jednoduše řečeno, když půjčíme někomu peníze na pět let, ale pak se něco přihodí a my je potřebujeme zpátky dřív, máme smůlu. Emitent zpravidla nemá povinnost od nás dluhopis odkoupit zpět (tj. vrátit nám peníze) a jen těžko budeme hledat někoho, kdo si od nás dluhopis koupí. Proto funguje burza cenných papírů, kde můžeme veřejně obchodované dluhopisy bez problémů prodat. Nebo – což je ještě jednodušší – můžeme investovat prostřednictvím dluhopisových fondů. Fondy mají totiž ze zákona povinnost odkupovat podíly zpět, když o to investor požádá, takže zde je likvidita automaticky zajištěna. Ale co máme dělat s dluhopisy z neveřejné emise? Těch se už nikdy nezbavíme, pouze lze lstí to zkusit jako převozník ze známé pohádky *O třech zlatých vlasech děda Vševěda* s pádlem: strčit je někomu do ruky a vyskočit na břeh. To ovšem není výnosná varianta.

7. Časová hodnota peněz a investiční rozhodování

Časová hodnota peněz je matematická metoda sloužící k porovnání hodnoty dvou či více peněžních částek z různých časových období. Patří mezi obory finanční matematiky a umožňuje zjistit budoucí hodnotu úspor, výši úroků, splátky úvěru apod. Hodnota peněz se v čase mění. Základním předpokladem této metody je fakt, že jedna koruna (nebo jakákoli jiná peněžní jednotka) dnes má jinou (zpravidla vyšší) hodnotu než jedna koruna zítra. Výše úroku přímo ovlivňuje hodnotu peněz v čase. Úročení kapitálu vychází z předpokladu, že vlastník by jej mohl investovat jinde a mít z něj užitek, zohledňuje znehodnocení peněz v důsledku inflace a také určitou míru rizika, že částka nebude vrácena včas nebo v plné výši.

Investiční rozhodování (angl. *investment decisions*) je proces, během kterého se určuje, kolik prostředků bude vynaloženo na jednotlivé investiční možnosti.

Cílem investování je tudíž odložit současné prostředky tak, aby přinejmenším neztratily svou hodnotu nebo aby (v lepším případě) jejich hodnota časem ještě vzrostla. Podobně v případě požadavku na jakýkoli budoucí cíl, který nelze pořídit z běžného objemu prostředků (tzv. „z jedné výplaty“), je nutné si odkládat peníze stranou; v takovém případě se hovoří o úsporách.

Význam investic v ekonomii:

- a) výše investic mají velký vliv na agregátní poptávku a zaměstnanost,
- b) investice vedou ke kumulaci kapitálu – pokud postavíme více továren, budeme v budoucnu schopni vyprodukovat více zboží.

V běžné řeči se slovem investice označuje jakýkoli vklad, např. „Investoval do toho hodně času.“ Nebo „Investujeme do akcií té společnosti.“

Praktická alokace důchodu ovšem nespočívá jen ve vkladu kapitálu do výrobních prostředků a statků.

Investicí v běžném denním rozhodování o volné části kapitálu myslíme především vložení aktuálního přebytku (zisku, úspory) do statků, u nichž předpokládáme nejen návratnost, ale i kladné zhodnocení.

Typické investice:

- a) akcie,
- b) podílové listy,
- c) dluhopisy,
- d) finanční deriváty,
- e) komodity ve formě burzovních kontraktů,
- f) nemovitosti,
- g) obrazy a jiná umělecká díla.

Vzhledem k velké rizikovosti uvedených typů investic, resp. k nutné dobré znalosti těchto investic, je velkou částí finančně gramotných investorů preferována i jiná forma investic,

které jsou svojí podstatou vnímány jako bezrizikové, přesto s růstovým potenciálem. Jde především:

- a) o investiční zlato (jde o zvláštní formu zlata, která je používána jako investiční nástroj podobně jako například cenné papíry),
- b) o investiční stříbro (jde o specifickou formu stříbra, která je používána k investičním účelům),
- c) o investiční diamanty, zde bývá zisk 1 % – 4 % za rok pro diamanty, které váží 1 karát, 3 % – 5 % pro diamanty, které váží 10 – 15 karátů (jde o samostatné drahé kameny vysoké kvality, které nejsou zasazené do šperku, investice do diamantů je poslední dobou stále populárnějším jevem),
- d) o smart mince (jde o mince s vysokou investiční a sběratelskou hodnotou).

Riziko inflace tedy představuje vždy velké nebezpečí. V ekonomii se zrychlí růst cen služeb a zboží. V tomto případě klesne kupní síla investice. V takovém případě vždy musíme hlavně brát v úvahu nikoliv nominální (tj. skutečně dosažený) výnos, ale výnos očištěný o změnu cenové hladiny (tzv. *reálný výnos*).

Úrokové riziko představuje nebezpečí, že s růstem úrokových sazeb klesne tržní cena akcií či dluhopisů, tudíž i hodnota investice.

Kreditní riziko se týká dluhopisů a znamená nebezpečí, že ten, kdo dluhopis vydává (tj. jeho emitent podle zákona č. 190/2004 Sb.), nebude schopen dostát svému závazku splatit nominální hodnotu daného dluhopisu.

Riziko likvidity je riziko, že v době, kdy budeme chtít aktivum přeměnit v peníze, to nebude možné vzhledem k nedostatečné poptávce na trhu.

Riziko kapitálového trhu patří mezi ty horší, kterému podléhají všechny dluhopisy či akcie na konkrétním kapitálovém trhu. Vyplývá z ekonomických, politických i jiných podmínek, které jsou všem cenným papírům na daném trhu společné. Tržní riziko zahrnuje například riziko hospodářského poklesu, riziko politického převratu či riziko přírodních katastrof.

Měnové riziko představuje samotné nebezpečí, že zahraniční měna, v níž je aktivum, se během investičního období znehodnotí proti domácí měně a díky tomu klesne výnos z investice vyjádřené v domácí měně. Příkladem je pád ruského rublu v roce 2014.

Podle možnosti ovlivnění předchozích druhů rizik lze rozlišit:

- a) **rizika ovlivnitelná** – rizika úrazů lze omezit bezpečnostním zařízením, cenové riziko např. kvalitou výrobků nebo snižováním nákladů, riziko přírodních událostí pojištěním;
- b) **rizika neovlivnitelná** – politická situace, daně a úroky.

V rámci investičního rozhodování je posuzován vybraný investiční projekt. Investor ohodnotí a porovná vzniklé peněžní toky s přihlédnutím k časové hodnotě peněz: Pokud je systém peněžních toků, pohybů peněžních prostředků v různých okamžicích investičních projektů nebo finančních transakcí rozložený v čase, doporučuje se vztáhnout všechny peněžní toky k

vhodně zvolenému časovému okamžiku. Vztahujeme-li systém peněžních toků ke zvolenému časovému okamžiku

- a) do budoucnosti, použijeme úročení;
- b) do minulosti, využijeme diskontování.

7. Časová hodnota peněz a investiční rozhodování (pokračování)

Prvním krokem zvládnutí našich financí je stanovení a vyjasnění si budoucích cílů. S nadsázkou lze říci, že bez cíle jsme loď na moři bez určeného směru, která pluje dokola, vplouvá do přístavů, ve kterých platí poplatky, a nikdo neví, proč se zastavila právě v tomto přístavu. Cílem v oblasti našich financí může být pořízení vlastního bydlení, koupě automobilu nebo zajištění pro důchod (přeměnu současných příjmů v budoucí zdroje příjmů). Cílů můžeme mít mnoho, mohou to být finanční cíle v blízké i vzdálené budoucnosti. Abychom měli jasno, měli bychom vědět, co je pro nás důležitější. Potřebujeme jiné auto nebo novou sedací soupravu? Potřebujeme skutečně tento módní výstřelek? Pokud máme stanovený cíl, musíme najít plán, který nás k cíli dovede. Když loď vyjíždí z místa A a má se dostat do místa B, má stanovený kurs, podle kterého má plout. Během plavby navigátor měří polohu lodi a sleduje, jak se skutečný kurs odchýlil od kursu plánovaného. Je-li zjištěn rozdíl, dochází ke korekci trasy jízdy, aby se skutečná trasa přiblížila trase plánované. Při plánování bychom měli zvážit:

- a) kde jsme nyní,
- b) kam se chceme dostat a co je pro nás přednější,
- c) jak se můžeme dostat tam, kde chceme být,
- d) jaký způsob bude pro nás nejvýhodnější.

V oblasti osobních financí jde při plánování jak o zajištění zdrojů (financování), tak i o zajištění rizik – pojištění stávajících příjmů a majetku před možným rizikem ztráty.

Na každé své rozhodnutí můžeme nahlížet jako na investiční rozhodnutí. Pokud se dnes například rozhodneme zrušit, respektive zřídit pevnou telefonní linku nebo přidat či nepřidat zvláštní doplněk do automobilu, provádíme rozhodnutí, které větší nebo menší měrou ovlivní naše finanční plány. Rozložení investic a bohatství je doporučení, které nám říká, abychom nevkládali všechna vejce do jednoho košíku. Pokud všechny své prostředky investujeme do nákupu akcií jedné společnosti, tj. nerozložíme své investice, protržením košíku přijdeme o všechna svá vejce. Rozkládáním se snižuje riziko ztráty velkého procenta jmění výskytem události, která postihne pouze jednu nebo některé skupiny majetku. Dobrá diversifikační strategie spočívá v rozložení investic a jmění do různých skupin majetku – nemovitostí a realit, akcií a cenných papírů, spořicíh účtů, státem podporovaného spoření, dluhopisů, otevřených podílových fondů apod.

3 Testy

Volíme zaškrťovací testy. Nabídka „Testy znalostí“ na stránkách Matematika VŠEM (<http://www.matematikavsem.cz/>) obsahuje hypertextové odkazy, které po jejich vybrání zobrazí zadání 5 náhodně vybraných příkladů ze zásoby příkladů k danému okruhu. Ke každému příkladu je nabídnuto 5 nebo více možných výsledků, opět generovaných v náhodném pořadí, tedy pokud si uživatel generuje sady příkladů z téhož okruhu vícekrát, nemusí mít správná odpověď totéž označení. V úvodu uvede uživatel emailovou adresu pro jedinečnou identifikaci řešitele testu, poté postupně označí u všech příkladů odpovědi, které považuje po svých provedených výpočtech za správné. Po označení odpovědi na poslední příklad uživatel zvolí možnost „Odeslat test a zobrazit výsledek“. Systém vyhodnotí správnost odpovědí a zobrazí výsledky. V úvodu vyhodnocení je uvedeno celkové hodnocení v % a to jako aritmetický průměr úspěšnosti ze skóre všech otázek testu. Například, jestliže uživatel vyřešil jediný příklad na 100 % a všechny ostatní čtyři na 0 %, je výsledné celkové hodnocení 20 %. Do hodnocení jednotlivých příkladů se počítá správnost odpovědi u každé z nabízených možností (nevybrání žádné odpovědi znamená, že odpověď je chybná). Pokud je více možností správně a uživatel zvolí pouze jednu, výsledné hodnocení příkladu je úměrně upraveno.

Co se týká příkladů, tak obtížnost je volena tak, aby se příklady daly řešit při použití Excelu. Uvádíme některé typy příkladů:

- a) Součet úrokových čísel (typ $UC_1 = K \cdot d$) na kreditním běžném účtu (v Kč), úročeném 1 % p.a., je koncem úrokovacího období 16 596 000. Kolik činí úrok za toto období, vypočtený bankou pomocí úrokového dělitele?
- b) Součet úrokových čísel (typ $UC_2 = \frac{K \cdot d}{100}$) na kreditním běžném účtu (v Kč), který je úročen 1 % p.a., je koncem úrokovacího období 16 596 000. Kolik činí úrok za toto období, vypočtený bankou pomocí úrokového dělitele?
- c) Občan nabídne bance k eskontu směnku, splatnou za tři čtvrtě roku, která zní na částku 180 000,- Kč. Banka směnku eskontuje při eskontní míře 1,9 % p.q. Kolik občan za tuto směnku dostane na hotovosti?
- d) Občan nakoupil s diskontem vkladový list jisté banky, splatný za tři čtvrtě roku. Nominální hodnota listu je 1 000 000,- Kč, úroková míra 1,21 % p.a. Kolik občan zaplatil za vkladový list, jestliže neplatil žádné zálohy na daň ani další poplatky?

- e) Budu-li pravidelně polhůtně ročně ukládat na vkladní knížku s úrokem 1,4 % p.a. a složeným ročním úročením částku 15 000,- Kč, aniž bych jinak s vkladem jakkoli manipuloval, kolik budu mít k dispozici na knížce za deset let? Nezapomeňte uvažovat daň z úroku 15 %.
- f) Budu-li pravidelně předlhůtně ročně ukládat na vkladní knížku s úrokem 1,25 % p.a. a složeným ročním úročením částku 132 000,- Kč, aniž bych jinak s vkladem jakkoli manipuloval, kolik budu mít k dispozici na knížce za osm let (tj. počátkem devátého roku)? Daň z úroku 15 % nezapomeňte uvažovat.
- g) Počátkem roku si občan sjedná úvěr v hodnotě 450 000,- Kč. Úvěr získá za následujících podmínek: měsíční složené úročení, úroková míra 0,92 % p.m., úvěr bude bezodkladně úplně splacen v 48 pravidelných měsíčních konstantních polhůtních splátkách. Kolik budou tyto splátky činit (zaokrouhлено na celé koruny nahoru)?
- h) Pořizovací cena automobilu je 220 000 Kč. Leasingová společnost ho pronajme při úrokové míře 16 % p.a. První splátka činí 40 000 Kč, zůstatková hodnota je stanovena 5 000 Kč. Doba splácení je 36 měsíců, splácení polhůtní a bez odkladu. Určete velikost měsíčních splátek.